

FRIEDRICH-ALEXANDER-UNIVERSITÄT ERLANGEN-NÜRNBERG
INSTITUT FÜR INFORMATIK (MATHEMATISCHE MASCHINEN UND DATENVERARBEITUNG)

Lehrstuhl für Informatik 10 (Systemsimulation)



Sensitivitätsanalyse für die Dipollokalisierung

Mykhaylo Varshavskyy

Studienarbeit

Sensitivitätsanalyse für die Dipollokalisierung

Mykhaylo Varshavskyy

Studienarbeit

Aufgabensteller: Prof. Dr. U. Rüde
Betreuer: Dipl.-Math. M. Mohr
Bearbeitungszeitraum: 26.3.2003 – 18.8.2003

Erklärung:

Ich versichere, daß ich die Arbeit ohne fremde Hilfe und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Quellen angefertigt habe und daß die Arbeit in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegen hat und von dieser als Teil einer Prüfungsleistung angenommen wurde. Alle Ausführungen, die wörtlich oder sinngemäß übernommen wurden, sind als solche gekennzeichnet.

Erlangen, den 18. August 2003

.....

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	5
2	Hintergründe zur Lösung der Probleme	6
2.1	Theorie zur Lösung der Vorwärts- und Rückwärtsprobleme	6
2.2	Algorithmen zur Lösung der Vorwärts- und Rückwärtsprobleme	9
3	Einflußanalyse der verschiedenen Größen	10
3.1	Zweidimensionale Kopfmodelle für die Analyse	10
3.2	Einfluß der unterschiedlichen Auflösungen	12
3.3	Einfluß der Genauigkeit beim Lösen der Vorwärtsprobleme auf die Dipollokalisierung	20
3.4	Anwendung der bikubischen Interpolation bei der Aufstellung der Leadfield Matrix	27
3.5	Einfluß der Leitfähigkeit des Knochens	32
3.6	Dreidimensionales Kopfmodell	35
3.7	Tests für dreidimensionales Modell	35
4	Zusammenfassung	43

1 Einleitung

Das Verfahren der Elektroenzephalographie (EEG-Verfahren) ist eines der bekanntesten und erfolgreich in der Medizin eingesetzten Verfahren. Es besteht darin, daß Elektroden am Kopf des Patienten angebracht werden, woran dann die Potentialwerte gemessen werden.

Ein wichtiger Einsatzbereich von Elektroenzephalogrammen ist bei der Epilepsie. Die epileptischen Anfälle werden von erkrankten Gehirnteilen verursacht. Sie müssen lokalisiert und operativ entfernt werden. Während eines epileptischen Anfalls verursacht das erkrankte Gehirnteil charakteristische bioelektrische Felder. Aus den EEG-Meßwerten zur Zeit des Anfalls wird versucht Erkenntnisse zu bekommen, wo sich die erkrankten Gehirnteile befinden. Im einfachen Fall wird eine lokale Epilepsie vorausgesetzt. Dann gibt es nur eine erkrankte Gehirnstelle, die mittels eines Stromdipols modelliert wird. Ein solcher Dipol besteht aus einer positiven und einer negativer Stromquelle. Sie werden Pole genannt, befinden sich in einem Abstand voneinander und verursachen dazwischen einen Strom. Ein Dipol ist vom negativen Pol (Senke) zum positiven Pol (Quelle) orientiert. Und die Aufgabe besteht in der Suche nach einem solchen Dipol, der die gemessenen Potentialwerte verursachen soll. Dabei müssen die gemessenen Potentiale von den durch den Dipol verursachten Potentialen an den Elektroden möglichst gut angenähert werden.

Ein Rückwärtsproblem besteht in der Bestimmung des Stromdipols bei den bekannten Potentialwerten an den Elektroden. Bei einem Vorwärtsproblem werden anhand der bekannten Stromquellen die Potentialverteilungen im Kopf berechnet. Der Kopf wird auf Zellen in 2D und auf Voxel in 3D aufgeteilt. Die Lösungen eines Vorwärtsproblems liefern die Potentialverteilungen auf den Mitten der Zellen bzw. Voxel. Für die Lösung eines Rückwärtsproblems werden die Lösungen mehrerer Vorwärtsprobleme benötigt (für genaues s. Kapitel 2.1) .

Für den Praktischen Einsatz ist jedoch wichtig, den Einfluß verschiedener Größen wie Maschenweiten der Zellen, Genauigkeit der Lösungen der Vorwärtsprobleme zu kennen. Sonst können dann durch das Schätzen der passenden Werte die Probleme nicht mit ausreichender Genauigkeit berechnet werden. Zu genaue Berechnungen erhöhen den Rechenaufwand und Anforderungen an den Speicher und den Prozessor. Werden aber die Probleme an einer Stelle nicht genau genug berechnet, kann das zum Verlust der Genauigkeit bei der Dipolsuche führen. Mit dem durch Sensitivitätsanalyse gewonnenen Wissen können dann die Einflußgrößen richtig eingestellt werden. Unnötig genaue Berechnungen sowie ungenaue Berechnungen können somit vermieden werden. Zur Verfügung stehenden Ressourcen können effizient genutzt werden.

Zur Lösung des Rückwärtsproblems werden die Verfahren des Deviation Scans und der Dipollokalisierung benutzt. Sie werden mit den nötigen theoretischen Hintergründen im Kapitel 2 vorgestellt. Im dritten Kapitel geht es um den Einfluß verschiedener Größen beim Lösen der Vorwärts- und Rückwärtsprobleme. Zunächst werden aber die benutzten Kopfmodelle im Kapitel 3.1 genau beschrieben, denn bevor die Sensitivitätsanalyse für verschiedene Einflußgrößen durchgeführt wird, muß geklärt werden, welche Kopfmodelle den Berechnungen zugrunde liegen. Im Kapitel 3.2 wird die Genauigkeit der Dipolsuche bestimmt und bewertet werden in Abhängigkeit von der Maschenweite einer Zelle. Dabei werden die Berechnungen mittels Deviation Scans unter verschiedenen Auflösungen durchgeführt und miteinander verglichen. Das gleiche wird mittels der Methode der Dipollokalisierung gemacht. Dann werden die Ergebnisse des Deviation Scans und der Dipollokalisierung auch untereinander verglichen. Eine andere Einflußgröße ist die Genauigkeit beim Lösen der Vorwärtsprobleme. Sie ist der Gegenstand des Kapitels 3.3. Für die im Kapitel 3.1 vorgestellten Modelle werden die Ergebnisse der Berechnungen für das Lösen der entsprechenden Vorwärtsprobleme mit

der unterschiedlicher Genauigkeit analysiert. Bei der Lösung des Rückwärtsproblems wird die Leadfield Matrix (genaues dazu siehe im Kapitel 2.1) aufgestellt. Dabei werden für deren Aufstellung die Lösungen der Vorwärtsprobleme benutzt, die die Potenzialverteilungen in den Mitten der Zellen beinhalten. Bei der Methode der Dipollokalisierung befinden sich die Pole eines Dipols im Allgemeinen nicht in der Mitte einer Zelle. Deshalb müssen die Potentialwerte interpoliert werden, um den gesuchten Potentialwert an einer Stelle zu bestimmen. Nun wird im Kapitel 3.4 untersucht, ob sich der Einsatz bikubischer statt bilinearer Interpolation an dieser Stelle lohnt. Im Kapitel 3.5 wird der Einfluß der Annahme über das Verhältnis der Leitfähigkeiten des Knochens und der Gehirnmasse untersucht. Die meisten Tests werden mit mehreren Dipolen für ein dreidimensionales Modell des Kopfes im Kapitel 3.7 wiederholt. Die benutzten dreidimensionalen Modelle werden im Kapitel 3.6 vorgestellt.

2 Hintergründe zur Lösung der Probleme

2.1 Theorie zur Lösung der Vorwärts- und Rückwärtsprobleme

Bei der Lösung eines Rückwärtsproblems geht es um die Bestimmung der Dipolposition anhand der an den Elektroden gemessenen Potentiale. Es wird nach einer solchen Dipolposition gesucht, daß durch einen Dipol verursachten virtuellen Meßwerte die an den Elektroden gemessenen Werte möglichst gut annähern. Quantitativ zeigt diese Annäherung die relative Residuumergie. Deshalb besteht die Aufgabe der Dipolsuche in der Minimierung der relativer Residuumergie.

Wenn der gesuchte Dipol an einer Stelle r plaziert wird und d seine Orientierung ist, dann ergibt sich daraus die relative Residuumergie nach folgender Formel:

$$R = \frac{\|m - m_v(r, d)\|_2}{\|m\|_2}.$$

m ist der Vektor der an den Elektroden gemessenen EEG-Werte. $m_v(r, d)$ ist der Vektor von virtuellen Meßwerten, die durch einen Dipol an der Stelle r mit der Orientierung d verursacht werden.

Für die virtuellen Meßwerte gilt folgendes:

$$m_v(r, d) = \hat{L}(r) \cdot d.$$

Die Matrix $\hat{L}(r) \in \mathbb{R}^{n \times 3}$ im dreidimensionalen Fall und heißt Leadfield Matrix. Sie wird als Produkt zweier Matrizen berechnet:

$$\hat{L}(r) = N \cdot L(r).$$

Die Matrix $L(r) \in \mathbb{R}^{(n-1) \times 3}$ kann dann als Vor-Liedfield Matrix bezeichnet werden. Durch die Matrix N werden die Potentialdifferenzen von $(n-1)$ Elektrodenpaaren auf die Potentiale an den n Elektroden abgebildet. Dabei müssen die Elektrodenpaare einen repräsentativen Satz von Elektroden bilden. Die Matrix $L(r)$ besteht aus $(n-1)$ Zeilen entsprechend der Anzahl der Elektrodenpaare. Für ein beliebiges Paar (A, B) ist dann die entsprechende Zeile der Matrix $L(r)$

$$(V_{AB}^x(r), V_{AB}^y(r), V_{AB}^z(r)).$$

Die einzelnen Einträge beschreiben die Potentialdifferenzen zwischen den Elektroden A und B , die durch einen entsprechend orientierten Einheitsdipol bewirkt werden. D.h., daß z.B. V_{AB}^x durch in Richtung x orientierten Einheitsdipol bewirkt wird. Jeder Dipol kann als Superposition an den Koordinatenachsen gerichteter Einheitsdipole dargestellt werden. Jede Zeile der Matrix \hat{L} beschreibt die an der entsprechender Elektrode durch die an Koordinatenachsen gerichteten Einheitsdipole bewirkten Potentialwerte. Die Multiplikation dieser Zeile mit dem Orientierungsvektor d liefert dann infolge des Superpositionsprinzips den Potentialwert an der entsprechender Elektrode.

Um die Matrix $L(r)$ aufzustellen, müssen somit drei Vorwärtsprobleme für jedes Elektrodenpaar gelöst werden. Doch das Reziprozitätstheorem von Helmholtz bietet eine einfachere Lösung.

Ein Dipol wird mittels einer Klammer repräsentiert. Dann bewirkt der Strom in der Klammer $I_{Klammer}$ die Potentialdifferenz zwischen den Elektroden V_{AB} . Und ein Strom zwischen den Elektroden I_{AB} führt zu der Spannung $V_{Klammer}$ zwischen den Enden der Klammer. Dann stehen die Stromstärken und die Spannungen in folgender Beziehung zueinander:

$$\frac{I_{AB}}{V_{Klammer}} = \frac{I_{Klammer}}{V_{AB}}.$$

Es wird angenommen, daß der gesuchte Dipol eine Länge von $2h$ hat, wobei h die Maschenweite in der entsprechender Richtung ist. So z.B. $V_{Klammer}^x = V(x+h, y, z) - V(x-h, y, z)$.

$V(x,y,z)$ ist hier der Potentialwert an der Stelle (x,y,z) aus der Lösung des entsprechenden Vorwärtsproblems für das Elektrodenpaar (A, B) .

Da das Dipolmoment durch das Produkt der Stromstärke $I_{Klammer}$ und der Länge des Dipols gegeben ist, dann muß $I_{Klammer} = \frac{1}{2h} A$, damit wir einen Einheitsdipol bekommen.

Nach dem Theorem von Helmholtz

$$V_{AB}^x = \frac{I_{Klammer}^x}{I_{AB}^x} \cdot V_{Klammer}^x.$$

Somit muß für jedes Elektrodenpaar nur ein Vorwärtsproblem gelöst werden. Deshalb sind es 3 Mal weniger Vorwärtsprobleme als ohne Anwendung des Reziprozitätstheorems zu lösen.

Für die Berechnung der virtuellen Meßwerte und der relativen Residuumergie muß noch die Matrix N bestimmt werden.

Sei \hat{m}_v der Vektor mit Potentialdifferenzen zwischen den Elektroden. Dann muß es eine Matrix D geben, so daß

$$D \cdot m_v = \hat{m}_v.$$

Um daraus m_v zu bekommen, müßte die Matrix D invertiert werden. D ist jedoch nicht quadratisch und deshalb nicht invertierbar. Deshalb wird noch eine zusätzliche Bedingung hinzugefügt:

$$\sum_{i=1}^n m_v = 0.$$

Die Bedingung bedeutet, daß die Summe aller Potentialwerte an den Elektroden eine Null ist. Wie in [6] diskutiert wird, muß das Oberflächenintegral des Potentials am Kopf eine

Null ergeben. Deshalb müßten die Elektroden die gesamte Kopfoberfläche bedecken. Diese Forderung wird jedoch nicht erfüllt. Deshalb werden durch die obige Annahme Fehler gemacht.

Es wird eine neue Matrix \hat{D} eingeführt:

$$\hat{D} = \begin{pmatrix} D \\ 1^{(1..n)} \end{pmatrix}.$$

Mit $1^{(1..n)}$ wird die Zeile der Matrix \hat{D} bezeichnet, die aus allen n Einsen besteht.

Dann gilt für die Matrix \hat{D} folgende Gleichung:

$$\hat{D} \cdot m_v = \begin{pmatrix} \hat{m}_v \\ 0 \end{pmatrix}.$$

v ist ein repräsentativer Satz von Elektroden, denn jede Elektrode kommt da genau einmal vor. Deshalb ist \hat{D} invertierbar.

$$m_v = \hat{D}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \hat{m}_v \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Die Matrix N bildet die Potentialdifferenzen an den Elektrodenpaaren auf die Potentiale an den Elektroden ab. Die Matrix \hat{D}^{-1} bildet die Potentialdifferenzen und die Summe aller Potentialwerte an den Elektroden auf die Potentiale an den Elektroden. Deshalb muß die letzte Zeile der Matrix \hat{D}^{-1} entfernt werden, damit wir die Matrix N bekommen. Die Entfernung der letzten Zeile geschieht mittels einer Transformationsmatrix \hat{E} .

$$N = \hat{D}^{-1} \cdot \hat{E} = \begin{pmatrix} D \\ 1^{(1..n)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1^{(1..(n-1)) \times (1..(n-1))} \\ 0^{(1..n)} \end{pmatrix}.$$

Die Matrix $1^{(1..(n-1)) \times (1..(n-1))} \in \mathbb{Z}^{(n-1) \times (n-1)}$ ist eine Einheitsmatrix. Mit $0^{(1..n)}$ wird die Zeile der Matrix \hat{E} bezeichnet, die aus allen n Nullen besteht. Dann gilt folgendes:

$$m_v = \hat{L}(r) \cdot d = N \cdot L(r) \cdot d = \hat{D}^{-1} \cdot \hat{E} \cdot L(r) \cdot d.$$

Für die relative Residuumergie gilt dann:

$$R \cdot \|m\|_2 = \|m - \hat{D}^{-1} \cdot \hat{E} \cdot L(r) \cdot d\|_2 = \|\hat{D}^{-1} (\hat{D} \cdot m - \hat{E} \cdot L(r) \cdot d)\|_2.$$

Um $R \cdot \|m\|_2$ zu bestimmen, muß das gewichtete lineare Least Squares Problem gelöst werden. Dafür wird eine vorgefertigte Funktion DGGGLM aus der Lapack-Bibliothek benutzt.

Als Ergebnis werden dann die Orientierung des Dipols und die relative Residuumergie berechnet.

Für die Lösung eines Rückwärtsproblems ist es notwendig, Vorwärtsprobleme für einen repräsentativen Satz von (n-1) Elektrodenpaaren zu lösen. Eine Elektrode aus dem Paar ist dann die Quelle und die andere ist die Senke.

Für jedes Paar wird das Vorwärtsproblem durch folgende Gleichungen beschrieben:

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla V(x)) = -I \delta(x_{Quelle} - x) + I \delta(x_{Senke} - x), \quad x \in \Omega.$$

$$\sigma \frac{\partial V(x)}{\partial \vec{n}} = 0, \quad x \in \partial\Omega.$$

I steht hier für die Stromstärke zwischen den Elektroden. Ω bezeichnet den Problembe-
reich. $V(x)$ steht für den Potentialwert an der Stelle x . σ bezeichnet die Leitfähigkeit. δ ist das
Delta-Symbol. Die obige Gleichung kann entsprechend der Methode von finiten Volumen auf
die folgende Form gebracht werden:

$$\left(\sum_{k \in N_l} \gamma_k \right) V_l - \sum_{k \in N_l} \gamma_k V_k = I(\delta_{k_{Quelle}, l} - \delta_{k_{Senke}, l}).$$

Dabei bedeuten k_{Quelle} und k_{Senke} die Zellen bzw. Voxel, wo sich Quelle und Senke befinden.
 N_l bezeichnet die Menge der Indizes der 6 Nachbarvoxel. V_l bezeichnet den Potentialwert in
der Mitte des Voxels mit dem Index l . $\delta_{i,j}$ ist Kronekers Delta-Symbol. γ_k wird durch die
Maschenweiten der Voxel und durch die zu den Voxeln zugeordneten Leitfähigkeiten bestimmt.
Die Einzelheiten dazu s.[2].

Die letzte Gleichung muß für jeden Voxel neu gelöst werden. Damit erhalten wir ein lineares
Gleichungssystem der Form $Ax = b$. Die Matrix A enthält nur 7 Einträge in jeder Zeile, die
nicht Nullen sind. Dieses Gleichungssystem wird mittels algebraischen Mehrgitterverfahrens
gelöst.

2.2 Algorithmen zur Lösung der Vorwärts- und Rückwärts- probleme

Für die Lösung eines Rückwärtsproblems werden der Deviation Scan und die Methode der
Dipollokalisierung benutzt.

Beim Deviation Scan wird für jede Zelle angenommen, daß sich ein Dipol in der Zellenmitte
befindet. Es wird für jede Zelle die relative Residuumergie minimisiert (siehe Kapitel 2.1).
Die Mitte der Zelle mit der geringsten relativen Residuumergie wird dann zum Ort erklärt,
wo sich der gesuchte Dipol befindet.

Bei der Methode der Dipollokalisierung wird der Nelder-Mead Algorithmus für die Suche
nach Minimum der relativen Residuumergie benutzt. In der vorliegenden Implementierung
werden 4 sogenannte Simplices gebildet, um die Wahrscheinlichkeit des Stehenbleibens des
Algorithmus von Nelder-Mead an einem lokalen Minimum zu senken. Jedes Simplex besteht
im zweidimensionalen Fall aus 3 Punkten. Für jeden Punkt wird die relative Residuumergie
bestimmt. Dann wird auf eine geometrische Weise versucht für jedes Simplex die neuen
Punkte mit der kleineren relativer Residuumergie für die nächste Iteration zu finden. Als
Stoppkriterium wurde das Zusammenziehen der Punkte um das Zentrum des Simplexes mit
einer Toleranz von 10^{-7} m gewählt.

Es gibt keinen formalen Beweis, daß auf diese Weise das Minimum eines Funktionals gefun-
den wird. Aus der Erfahrung läßt sich das Minimum eines Funktionals auf diese Weise finden.
Hier wird keine Annahme darüber gemacht, ob sich der gesuchte Dipol in der Mitte einer Zelle
befindet. Deshalb fließen hier weniger Fehler in die Berechnungen als beim Deviation Scan
ein. Außerdem verursacht die Methode der Dipollokalisierung viel weniger Rechenaufwand als
der Deviation Scan, weil die Anzahl der Funktionsaufrufe zur Bestimmung der relativen Re-
siduumergie bei der Methode der Dipollokalisierung erheblich kleiner ist als die Anzahl aller
Zellen beim Deviation Scan.

Für die Lösung der Rückwärtsprobleme werden die entsprechenden Vorwärtsprobleme mittels des algebraischen Mehrgitterverfahrens gelöst. Dafür wurde das hypre-Paket benutzt. Für die Einzelheiten zu hypre s. [4].

3 Einflußanalyse der verschiedenen Größen

3.1 Zweidimensionale Kopfmodelle für die Analyse

Für die Beurteilung der Sensitivität wurden zwei 2D Modelle benutzt. Das sind ein Kreisscheibenmodell und ein durch Magnetresonanzaufnahmen (MRI-Scan) und durch Computertomographie (CT) erstelltes Modell.

Bei dem Kreisscheibenmodell wird der Kopf als ein Kreis betrachtet. Außerhalb des Kopfes befindet sich die Luft. Äußere Schicht des Kopfes wird von der Haut gebildet. Darunter liegen die Schichten des Knochens, der Gehirnflüssigkeit und der Gehirnmasse. Jede solche Schicht aus einer Gewebeart wird als Compartment bezeichnet. Jedes Compartment besitzt seine charakteristische Leitfähigkeit. Für die Berechnungen wurden die relativen Leitfähigkeiten benutzt. Sie sind wie folgt definiert:

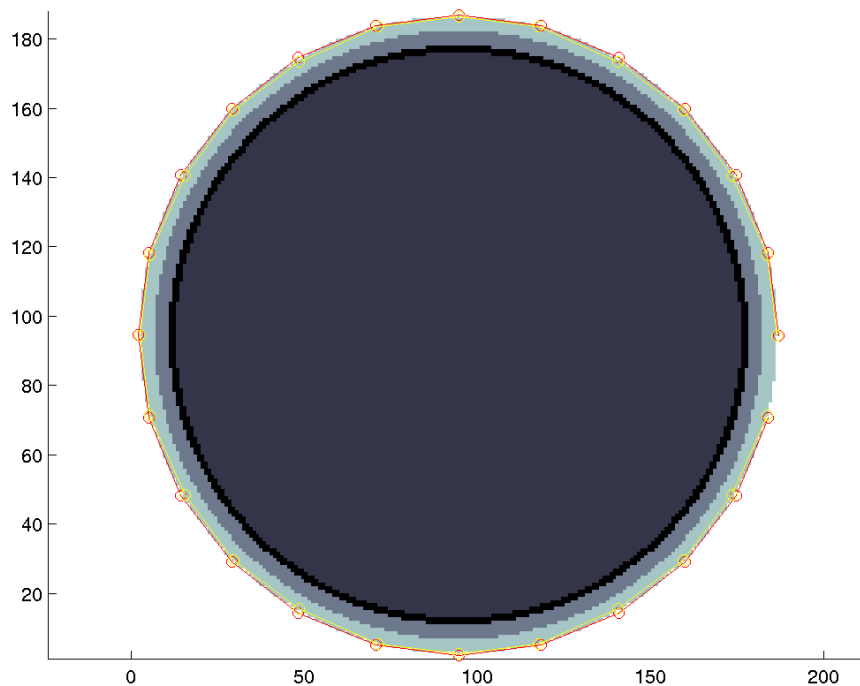
$$\sigma_{\text{Luft}} = 0, \sigma_{\text{Haut}} = 16, \sigma_{\text{Knochen}} = 1, \sigma_{\text{Gehirnflüssigkeit}} = 128, \sigma_{\text{Gehirnmasse}} = 16.$$

Um die tatsächlichen Leitfähigkeiten zu bekommen, müssen dann die relativen Leitfähigkeiten mit der Leitfähigkeit des Knochens von $0,014 \text{ S}\cdot\text{m}^{-1}$ multipliziert werden.

Für die Diskretisierung wird der Kopf in die Zellen mit gleicher Maschenweite in beiden Richtungen aufgeteilt. Der Kopfmittelpunkt ist gleichzeitig die Mitte einer Zelle. Abhängig vom Abstand des Mittelpunkts einer Zelle vom Mittelpunkt des Kopfes wird ihr einer der 5 Compartmentstypen zugeordnet. Bei dem Abstand des Mittelpunkts einer Zelle über $0,092 \text{ m}$ vom Mittelpunkt des Kopfes ist "Luft" als Compartment dieser Zelle zugeordnet. Bei einem Abstand von über $0,0878 \text{ m}$ bis $0,092 \text{ m}$ gehört die Zelle zum Compartment "Haut". Die Zellen des Compartments "Knochen" haben einen Abstand von über $0,0836 \text{ m}$ bis $0,0878 \text{ m}$ vom Mittelpunkt des Kopfes. Bei einem Abstand von über $0,0815 \text{ m}$ bis $0,0836 \text{ m}$ wurde der Zelle das Compartment "Gehirnflüssigkeit" zugeordnet. Alle Zellen mit einem Abstand $0,0815 \text{ m}$ und weniger vom Mittelpunkt des Kopfes gehören zum Compartment "Gehirnmasse". Es gibt 24 Elektroden, die sich an der Kopfoberfläche befinden. Der Winkel zwischen den 2 benachbarten Elektroden vom Mittelpunkt des Kopfes beträgt $\frac{\pi}{12}$. Jeder Elektrode wird eine Zelle mit dem geringsten Abstand zwischen dem Mittelpunkt der Zelle und der Elektrode zugeordnet, wobei unterstellt wird, daß sich jede Elektrode in der Mitte einer Zelle befindet. Es kann passieren, daß die Zelle, wo sich eine Elektrode befindet, zu dem Compartment "Luft" gehört, weil sich der Mittelpunkt dieser Zelle außerhalb des Kopfes befindet. Dann werden Abstände einer Elektrode zu allen Nachbarzellen berechnet. In der Mitte der sich im Kopf befindenden Zelle mit dem geringsten Abstand zu der Elektrode wird dann die Elektrode plaziert. Durch die Plazierung der Elektroden in den Mitten der Zellen werden Fehler gemacht, die die Genauigkeit der Dipolsuche beeinflussen. In der Abbildung 1 ist das Kreisscheibenmodell mit den angebrachten Elektroden dargestellt.

Es wurden 4 solche zweidimensionale Modelle des Kopfes betrachtet. Der Unterschied dazwischen besteht in der Anzahl von Zellen. Unter der Auflösung wird die zugehörige Maschenweite verstanden. Die Auflösung steigt von 4 mm großen Maschenweite bei dem Modell

Abbildung 1: Kreisscheibenmodell des Kopfes mit angebrachten Elektroden.



mit 49×49 Zellen, auf 2 mm bei dem Modell mit 95×95 Zellen, 1 mm beim Modell mit 187×187 Zellen und 0,5 mm beim Modell mit 371×371 Zellen.

Für die Bestimmung der Positionsfehler wurde für jede Elektrode der Abstand zwischen deren tatsächlicher Position genau an der Kopfoberfläche und der Position in der Mitte zugeordneter Zelle berechnet. Dann wird der mittlere Positionsfehler aus den berechneten Positionsfehler für jede Elektrode als Mittelwert bestimmt.

Der mittlere Fehler in der Bestimmung der Position einer Elektrode bei den obengenannten Auflösungen wird in der Tabelle 1 zusammengefaßt. Dieser Fehler vermindert sich mit steigender Auflösung.

Beim durch Magnetresonanzaufnahmen und Computer-Tomographie erstellten Modell des Kopfes besteht der Kopf aus folgenden Schichten: Haut, Knochen, Gehirn, ventrikuläres Sy-

Tabelle 1: Fehler bei der Bestimmung der Elektrodenpositionen

Auflösung	Mittlerer Fehler, mm
4 mm	1.219
2 mm	1.089
1 mm	0.511
0.5 mm	0.208

stem. Die relativen Leitfähigkeiten der Compartments sind wie folgt definiert:

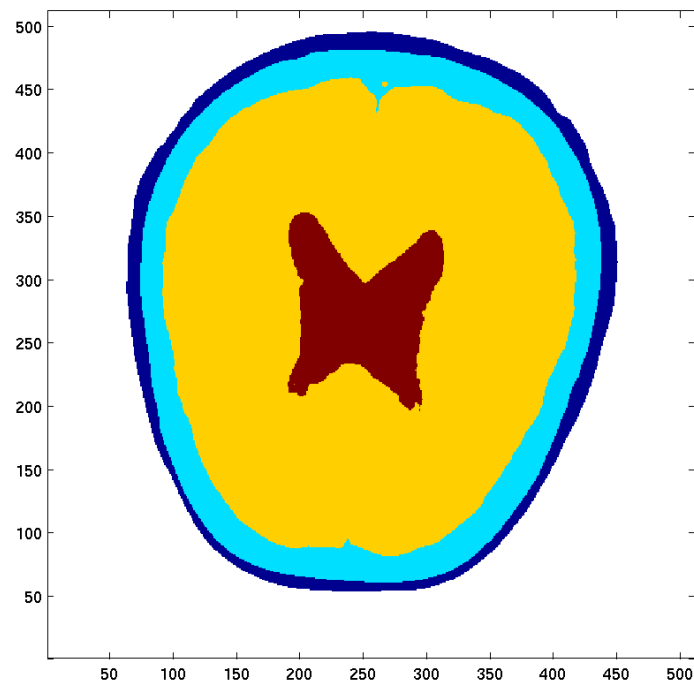
$$\sigma_{\text{Luft}} = 0, \sigma_{\text{Haut}} = 16, \sigma_{\text{Knochen}} = 1, \sigma_{\text{Gehirn}} = 16, \sigma_{\text{ventrikuläres System}} = 128.$$

Wie auch beim Kreisscheibenmodell müssen, um die tatsächlichen Leitfähigkeiten zu bekommen, dann die relativen Leitfähigkeiten mit der Leitfähigkeit des Knochens von $0,014 \text{ S}\cdot\text{m}^{-1}$ multipliziert werden.

Am Kopf befinden sich 10 angebrachten Elektroden. Für die Bestimmung deren Positionen wurde eine Kreislinie um den Kopf gezeichnet. An der Kreislinie wurden 10 gleichmäßig verteilten Punkte gewählt. Die Elektrodenpositionen an der Kopfoberfläche ergeben sich als Schnittpunkte der Kopfoberfläche mit dem Abschnitt der Geraden zwischen dem Kreismittelpunkt und dem jeweiligen Punkt an der Kreislinie.

Das betrachtete Modell besteht aus 512×512 Zellen. Die Maschenweiten in beiden Richtungen betragen $0,390625 \text{ mm}$. Das Modell ist in der Abbildung 2 dargestellt.

Abbildung 2: Durch MRI-Scan und CT erstelltes Kopfmodell.



Die Potentiale an den Elektroden wurden für zwei Dipole mit den Zellenpositionen $(380,400)$ und $(194,249)$ mittels numerischer Simulation berechnet. Sie stehen in der Tabelle 2. Das Dipolmoment des ersten Dipols beträgt $2,8 \cdot 10^{-2} \text{ A}\cdot\text{m}$. Für den zweiten Dipol ist es $4,2 \cdot 10^{-2} \text{ A}\cdot\text{m}$.

3.2 Einfluß der unterschiedlichen Auflösungen

Der Einfluß der Auflösung auf den Fehler bei der Dipolsuche wurde für das beschriebene Kreisscheibenmodell bei den Auflösungen von 4, 2, 1 und $0,5 \text{ mm}$ untersucht. Es mußten

Tabelle 2: **Potentiale an den Elektroden für das durch MRI-Scan und CT erstelltes Modell**

Elektrode	1. Dipol	2. Dipol
1	-6.809002142292180e-01	5.800104896577345e-01
2	4.071884352698585e-02	2.952762860807603e-01
3	2.319998989421783e-01	-3.756414482909278e-01
4	2.729200285878253e-01	-1.243031960454161e+00
5	2.881983179894068e-01	-1.288079854343291e+00
6	2.949123009103911e-01	-3.076905241078975e-01
7	2.946022475577121e-01	2.585704365772266e-01
8	2.707167575928759e-01	6.207225931261888e-01
9	1.197651307966809e-01	7.399181783392947e-01
10	-1.132933311674839e+00	7.199458034150936e-01

einzelnen zwei Dipole jeweils bei radialer und bei tangentialer Ausrichtung des Dipols gefunden werden. Der erste Dipol befand sich auf der Y-Achse in einem Abstand von 7 cm vom Mittelpunkt des Kopfes. Der zweite Dipol war auf der Y-Achse in einem Abstand von 2 cm vom Kopfmittelpunkt platziert.

Für das Erzeugen der EEG-Werte an den Elektroden für die Eingabe beim Lösen des Rückwärtsproblems wurde ein spezielles Vorwärtsproblem jedes Mal auf dem Modell mit 739×739 Zellen bei 0,25 mm Maschenweite gelöst. Beim Vorwärtsproblem wurden nicht die Elektrodenpositionen, sondern die Positionen der Pole des jeweiligen Dipols eingegeben.

Ein beliebiger Dipol kann als Superposition eines Dipols mit tangentialer und eines mit radialer Ausrichtung dargestellt werden. Deshalb wird im folgenden nach einem radial ausgerichteten Dipol und nach einem tangential ausgerichteten Dipol gesucht. Die Ergebnisse gelten dann für einen beliebig ausgerichteten Dipol.

In den Abbildungen 3, 4, 5 und 6 werden die Potentiale an den Elektroden für zwei Dipole jeweils bei radialer und tangentialer Ausrichtung des Dipols dargestellt. Das Dipolmoment wird definiert als Produkt der Länge des Dipols und der Stromstärke zwischen den Polen. Die Länge des Dipols ist der Abstand zwischen den Polen. Hier ist er 2 Maschenweiten groß oder $0,5 \text{ mm} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$, die Stromstärke ist 1 A. Das Produkt muß noch mit der Leitfähigkeit des Knochens multipliziert werden wegen der Verwendung der relativen Leitfähigkeiten (s. Kapitel 3.1). Das Dipolmoment ist dann für jeden Dipol $7,0 \cdot 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{m}$.

Im folgenden werden die Ergebnisse der Dipolsuche mit dem Deviation Scan und mit der Dipollokalisierung bei 4 verschiedenen Auflösungen miteinander verglichen. Als Fehler fungiert in den Tabellen der Abstand von der gefundenen Position zur tatsächlichen Position des Dipols. Der Fehler wird als groß betrachtet, wenn er erheblich größer als 1 mm ist. Dieser Fehler wurde aus praktischen Überlegungen gewählt, denn das Kennen der Dipolposition und somit der erkrankten Stelle mit einer Genauigkeit von mehr als 1 mm ist nicht erforderlich. Bei einem operativen Eingriff liegen die Abmessungen der entfernteren Stelle in der Größenordnung von 1 cm.

Die Ergebnisse der Dipolsuche beim radial ausgerichteten ersten Dipol stehen in den Tabellen 3 und 4. In graphischer Form sind sie in der Abbildung 7 dargestellt. Bei dem radial

Abbildung 3: Werte an den Elektroden für den ersten Dipol bei radialer Ausrichtung.

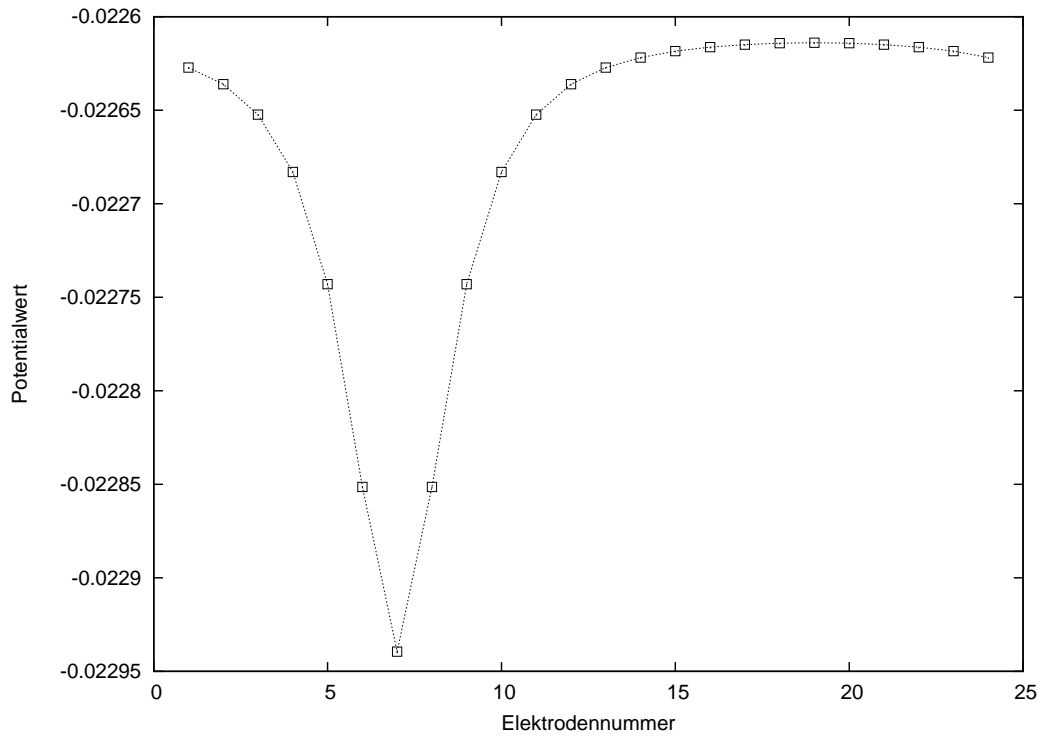


Abbildung 4: Werte an den Elektroden für den ersten Dipol bei tangentialer Ausrichtung.

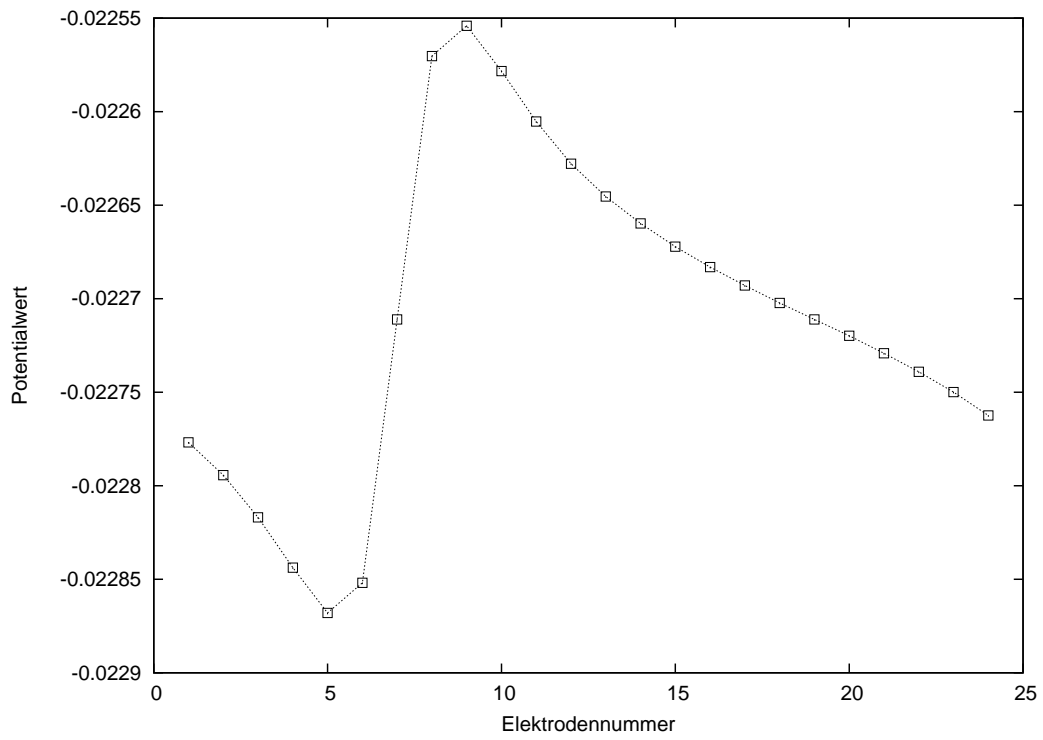


Abbildung 5: Werte an den Elektroden für den zweiten Dipol bei radialer Ausrichtung.

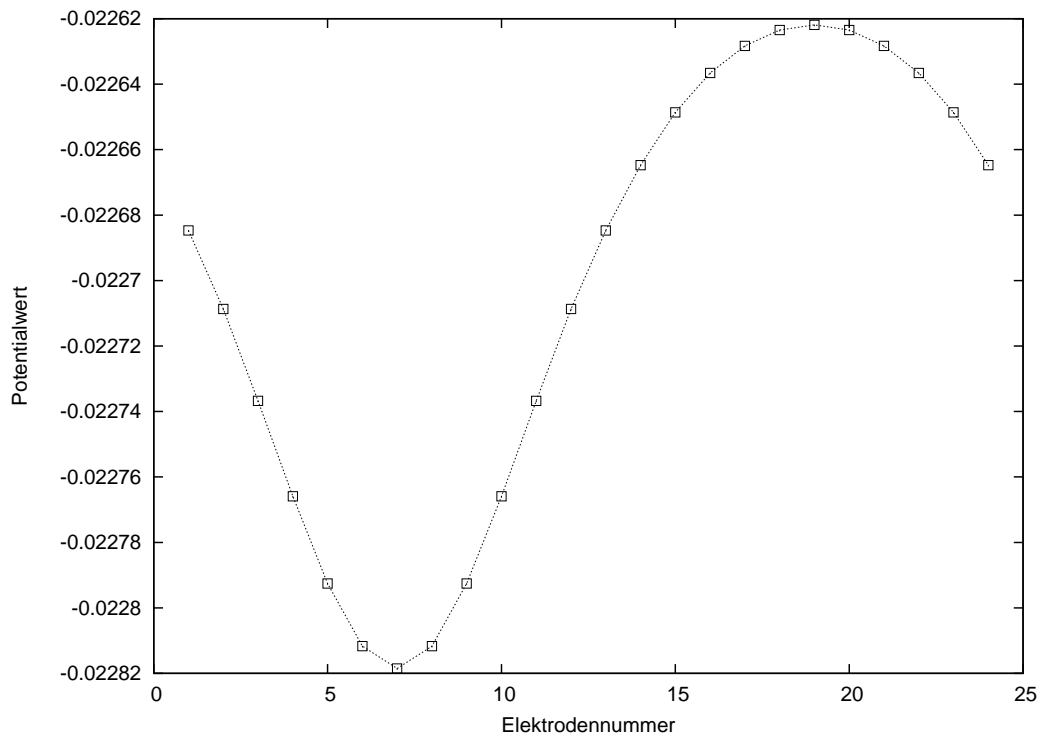
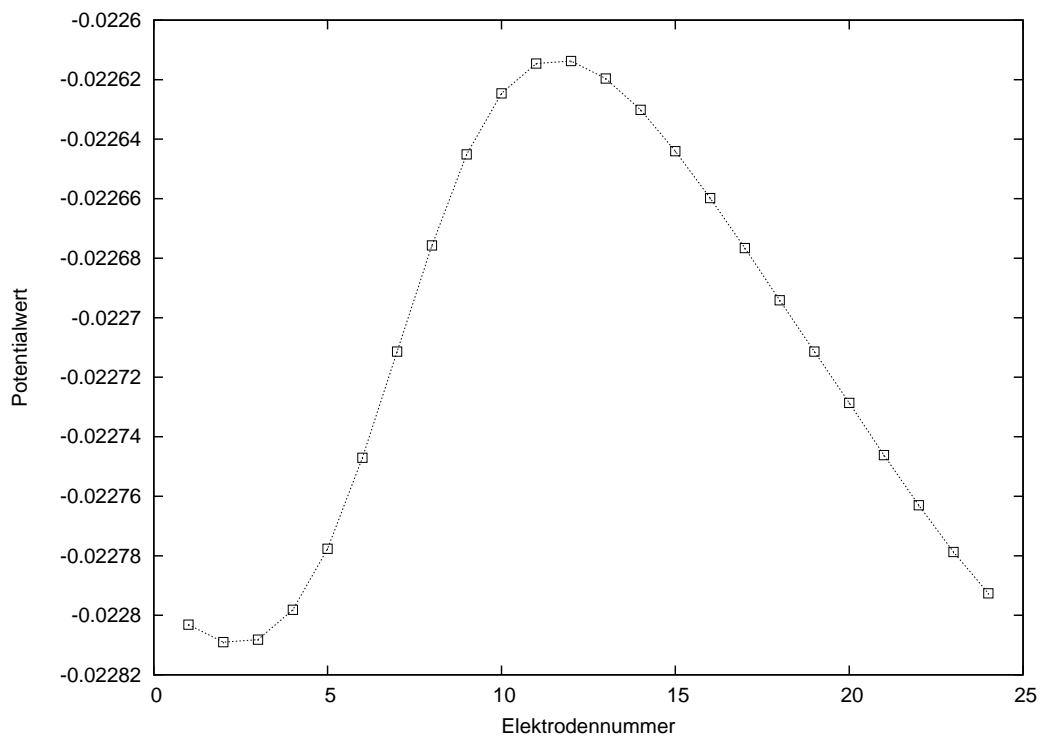


Abbildung 6: Werte an den Elektroden für den zweiten Dipol bei tangentialer Ausrichtung.



ausgerichteten ersten Dipol verbessert sich die relative Residuumergie, der Fehler in der Bestimmung der Dipolposition und das Dipolmoment mit steigender Auflösung.

Der Deviation Scan liefert bei den Auflösungen von 2 mm, 1 mm und von 0,5 mm einen kleineren Fehler in der Bestimmung der Dipolposition als die Methode der Dipollokalisierung. Wie im Kapitel 3.1 ausgeführt ist, machen beide Methoden Fehler bei der Annahme, daß sich die Elektroden in den Mitten der Zellen befinden. Noch ein Fehler entsteht beim Deviation Scan wegen der Annahme, daß sich der Dipol in der Mitte einer Zelle befindet. Jede der beiden Arten der Fehler führt zu Fehlern in der Bestimmung der Dipolposition. Die beiden Fehler in der Bestimmung der Dipolposition können sich sowohl aufheben als auch summieren. Bei der Auflösung von 4 mm summieren sie sich, aber bei den Auflösungen von 2, 1 und 0,5 mm heben sie sich beim Deviation Scan auf. Die relative Residuumergie ist aber bei der Methode der Dipollokalisierung bei einem Vergleich der Ergebnisse in den Tabellen 3 und 4 immer kleiner, weil der Nelder-Mead Algorithmus nach den Punkten mit der geringsten relativen Residuumergie sucht. Bei den Auflösungen von 4 und 2 mm in den Tabellen 3 und 4 sind die Fehler bei der Bestimmung der Dipolposition erheblich größer als 1 mm. Deshalb kann bei den Auflösungen von 4 und 2 mm die notwendige Genauigkeit von etwa 1 mm bei der Dipolsuche nicht erreicht werden.

Tabelle 3: **Deviation Scan: 1. Dipol bei radialer Ausrichtung**

Auflösung	RRE	Fehler, cm	Moment, A·m
4 mm	2.42e-07	1.400	5.5e-06
2 mm	2.88e-08	0.200	6.2e-06
1 mm	1.28e-08	0.100	6.6e-06
0.5 mm	2.58e-10	0.050	6.9e-06

Tabelle 4: **Dipole Lokalisation: 1. Dipol bei radialer Ausrichtung**

Auflösung	RRE	Fehler, cm	Moment, A·m
4 mm	2.27e-07	1.208	5.4e-06
2 mm	2.57e-08	0.297	6.3e-06
1 mm	1.21e-08	0.144	6.6e-06
0.5 mm	2.57e-10	0.052	6.9e-06

Die Tabellen 5 und 6 liefern die Resultate der Dipolsuche für den tangential ausgerichteten ersten Dipol. Auch bei tangential gerichtetem ersten Dipol verkleinern sich die relative Residuumergie und der Fehler bei der Bestimmung der Dipolposition mit steigender Auflösung. Das Dipolmoment wird bei der Auflösung von 1 mm mit einem größeren Fehler als bei der Auflösung von 2 mm bestimmt. Dennoch ist der Unterschied dazwischen sehr gering. Der Fehler der Dipolsuche führt bei der Auflösung von 1 mm zu einem wesentlich größeren Fehler bei der Bestimmung des Dipolmoments als bei der Auflösung von 2 mm, dafür ist der Lokalisierungsfehler fast 4 Mal geringer. Die Abbildung 8 liefert einen Vergleich zwischen dem Deviation Scan und der Dipollokalisierung. Bei den Auflösungen von 1 und 0,5 mm ist

Abbildung 7: Vergleich des Deviation Scans und der Dipollokalisierung für den ersten Dipol bei radialer Ausrichtung.

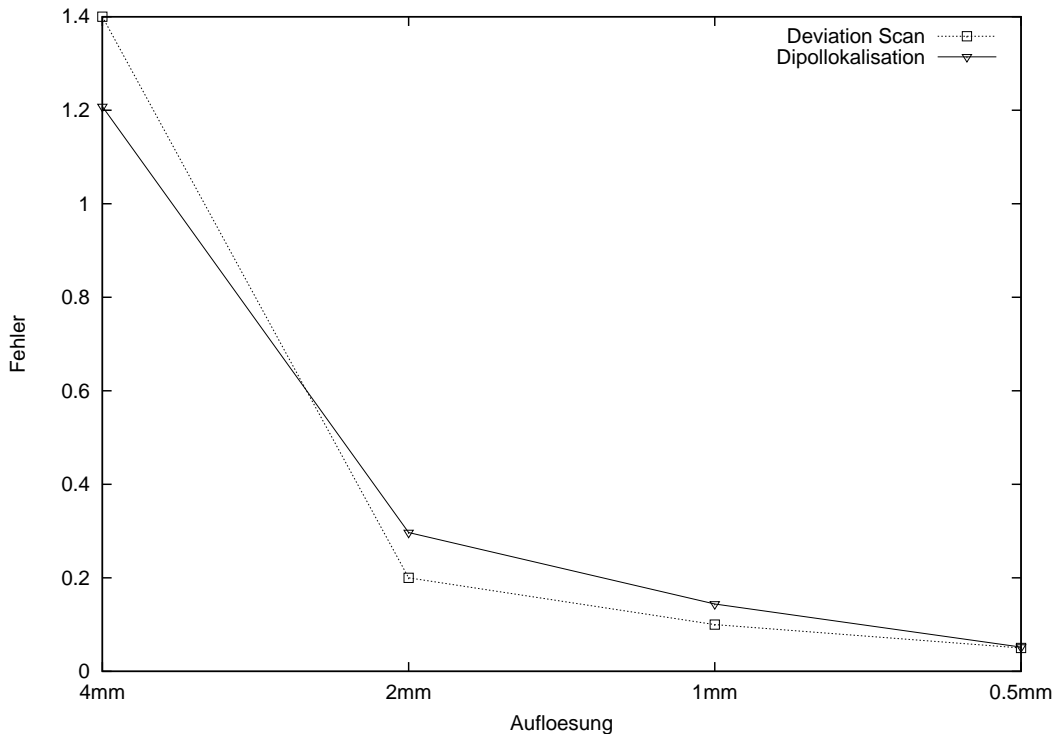


Tabelle 5: **Deviation Scan: 1. Dipol bei tangentialer Ausrichtung**

Auflösung	RRE	Fehler, cm	Moment, A·m
4 mm	1.70e-07	0.600	5.7e-06
2 mm	8.39e-09	0.400	7.0e-06
1 mm	3.41e-09	0.100	6.9e-06
0.5 mm	6.63e-11	0.050	7.0e-06

die relative Residuumenergie zwar bei der Dipollokalisierung geringer, aber der Fehler in der Bestimmung von Dipolposition ist größer. Somit werden beim kleineren Fehler im Bestimmen der Dipolposition schlechtere Werte an den Elektroden erzielt als bei einem unwesentlich größeren Fehler.

Die Ergebnisse der Dipolsuche für den radial ausgerichteten zweiten Dipol stehen in den Tabellen 7 und 8 und werden in der Abbildung 9 graphisch dargestellt. Beim radial gerichteten zweiten Dipol führt die steigende Auflösung zu besseren Ergebnissen. Die Fehler bei der Dipollokalisierung sind auch hier für Auflösungen von 4 mm und 1 mm größer als beim Deviation Scan.

Die Tabellen 9 und 10 beinhalten die Ergebnisse der Dipolsuche nach dem tangential ausgerichteten zweiten Dipol. Einen graphischen Vergleich der Dipolsuche liefert die Abbildung 10. Die relative Residuumenergie vermindert sich mit steigender Auflösung auch bei dem

Tabelle 6: **Dipole Lokalisation: 1. Dipol bei tangentialer Ausrichtung**

Auflösung	RRE	Fehler, cm	Moment, A·m
4 mm	1.64e-07	0.515	5.6e-06
2 mm	8.36e-09	0.397	7.0e-06
1 mm	3.39e-09	0.107	6.9e-06
0.5 mm	3.32e-11	0.060	7.0e-06

Abbildung 8: Vergleich des Deviation Scans und der Dipollokalisierung für den ersten Dipol bei tangentialer Ausrichtung.

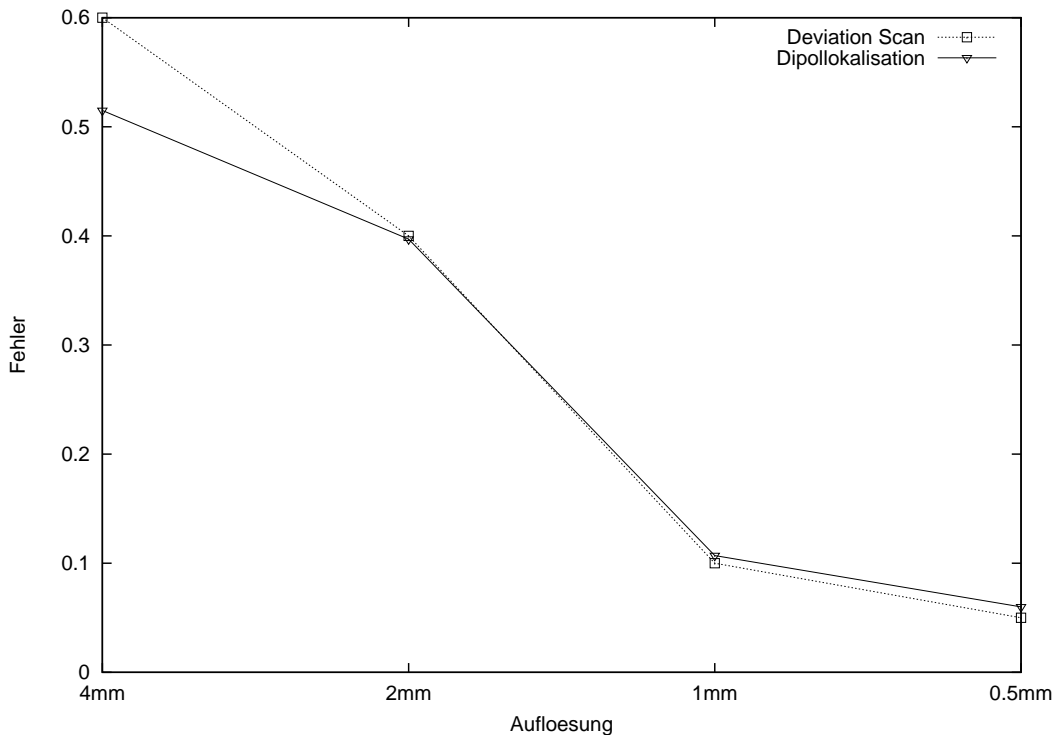
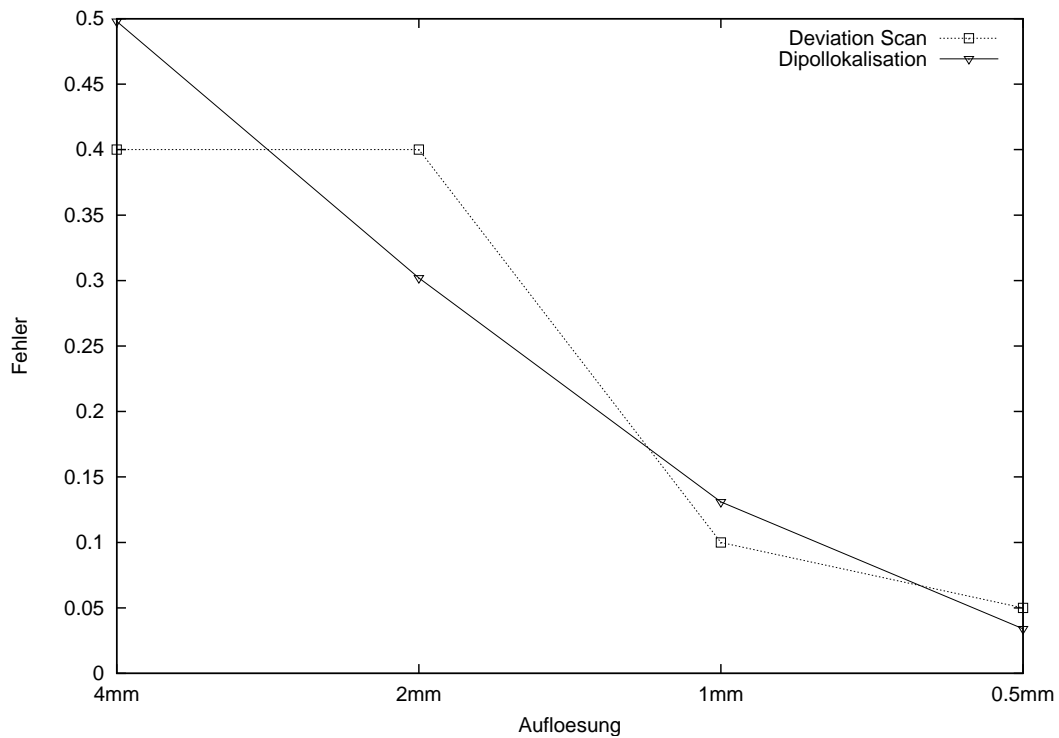


Tabelle 7: **Deviation Scan: 2. Dipol bei radialer Ausrichtung**

Auflösung	RRE	Fehler, cm	Moment, A·m
4 mm	3.77e-08	0.400	5.7e-06
2 mm	6.99e-09	0.400	6.4e-06
1 mm	1.76e-09	0.100	6.7e-06
0,5 mm	7.47e-11	0.050	6.9e-06

tangential gerichteten zweiten Dipol. Der Deviation Scan liefert hier immer die genaue Dipolposition. Es ist auf die erwähnte Aufhebung der 2 Fehlerarten zurückzuführen. Der Fehler bei der Dipollokalisierung wird geringer mit der höheren Auflösung. Das Dipolmoment wird mit

Abbildung 9: Vergleich des Deviation Scans und der Dipollokalisierung für den zweiten Dipol bei radialer Ausrichtung.



steigender Auflösung genauer bestimmt.

Die durchgeführten Tests sowohl bei tangentialer als auch bei radialer Ausrichtung der Dipole zeigen, daß die Dipolposition, die relative Residuenergie und in der Regel auch das Dipolmoment mit steigender Auflösung genauer bestimmt werden. Dieser Schluß gilt sowohl für den Deviation Scan als auch für die Methode der Dipollokalisierung. Die Genauigkeit von 1 mm bei der Dipolsuche wird nur bei der Auflösung von 0,5 mm erreicht.

Tabelle 8: **Dipole Lokalisation: 2. Dipol bei radialer Ausrichtung**

Auflösung	RRE	Fehler, cm	Moment, A·m
4 mm	3.64e-08	0.498	5.8e-06
2 mm	5.93e-09	0.302	6.4e-06
1 mm	1.68e-09	0.131	6.7e-06
0.5 mm	5.35e-11	0.034	6.9e-06

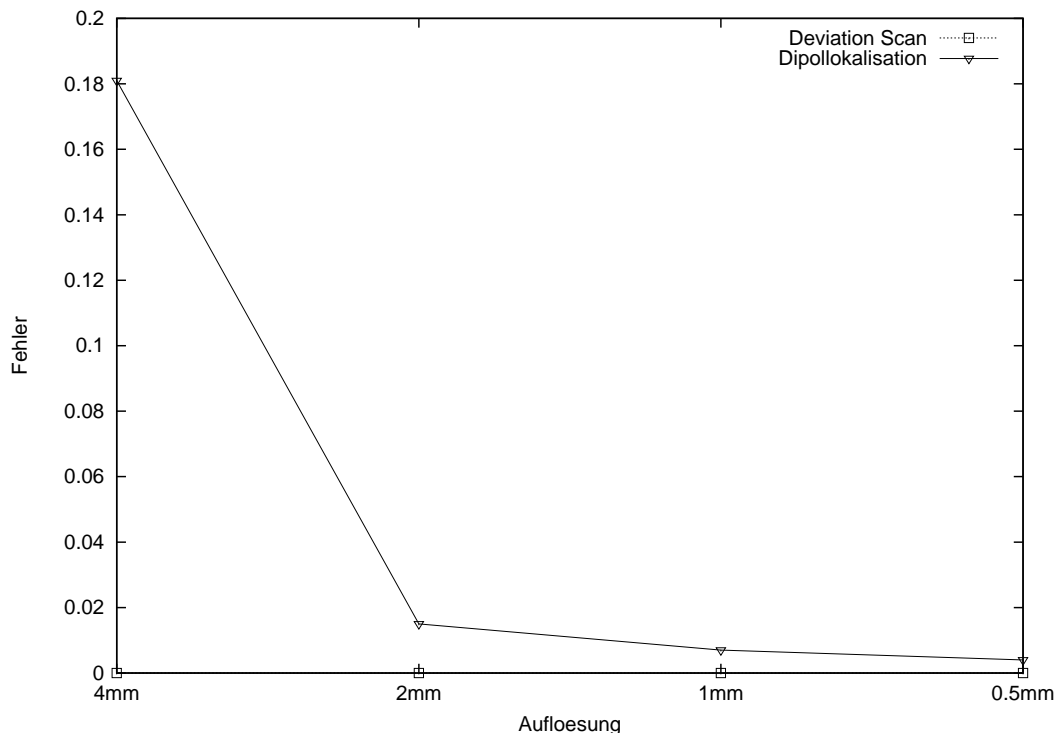
Tabelle 9: **Deviation Scan: 2. Dipol bei tangentialer Ausrichtung**

Auflösung	RRE	Fehler, cm	Moment, A·m
4 mm	5.86e-08	0.00	5.8e-06
2 mm	6.74e-09	0.00	6.4e-06
1 mm	2.27e-09	0.00	6.7e-06
0.5 mm	4.96e-11	0.00	6.9e-06

Tabelle 10: **Dipole Lokalisation: 2. Dipol bei tangentialer Ausrichtung**

Auflösung	RRE	Fehler, cm	Moment, A·m
4 mm	5.48e-08	0.181	5.8e-06
2 mm	6.71e-09	0.015	6.4e-06
1 mm	2.26e-09	0.007	6.7e-06
0.5 mm	4.79e-11	0.004	6.9e-06

Abbildung 10: Vergleich des Deviation Scans und der Dipollokalisation für den zweiten Dipol bei tangentialer Ausrichtung.



3.3 Einfluß der Genauigkeit beim Lösen der Vorwärtsprobleme auf die Dipollokalisation

Für die Lösung eines Rückwärtsproblems werden die Lösungen mehrerer Vorwärtsprobleme benötigt. Dann stellt sich die Frage, wie genau müssen die Vorwärtsprobleme gelöst werden,

damit die Genauigkeit beim Lösen des Rückwärtsproblems darunter nicht leidet. Als Stoppkriterium beim Mehrgitterverfahren wird

$$\|b - A \cdot \Phi^{(n)}\|_2 < \epsilon$$

verwendet. Dabei bezeichnet $\Phi^{(n)}$ den Vektor der Potentialwerte in den Mitten der Zellen nach der n-ter Iteration. Im Kapitel 3.2 wurden die entsprechenden Vorwärtsprobleme mit der Genauigkeit von $\epsilon = 10^{-8}$ gelöst. Nun ist zu prüfen, ob diese Genauigkeit ausreichend für die Lösung des Rückwärtsproblems ist.

Der Einfluß der Genauigkeit wurde am Kreisscheibenmodell aus dem Kapitel 3.1 mit den EEG-Daten für zwei Dipole jeweils bei radialer und tangentialer Ausrichtung des Dipols mit der Maschenweite von 1 mm untersucht. Die Genauigkeit beim Lösen der Vorwärtsprobleme wurde auf 10^{-1} gesetzt. Sie wurde stufenweise um 10 bis 10^{-6} erhöht. Die Rückwärtsprobleme wurden mittels der Methode der Dipollokalisierung gelöst. Die Ergebnisse sind in den Tabellen 11, 12, 13 und 14 und in den Abbildungen 11, 12, 13 und 14 dargestellt.

Tabelle 11: Einfluß der Genauigkeit beim Lösen der Vorwärtsprobleme auf die Dipollokalisierung: 1. Dipol bei radialer Ausrichtung

Genauigkeit	RRE	Fehler, cm	Moment, A·m
10^{-1}	5.65e-08	0.167	7.73e-06
10^{-2}	1.42e-08	0.169	6.64e-06
10^{-3}	1.24e-08	0.145	6.59e-06
10^{-4}	1.21e-08	0.144	6.58e-06
10^{-5}	1.21e-08	0.144	6.58e-06
10^{-6}	1.21e-08	0.144	6.58e-06

Tabelle 12: Einfluß der Genauigkeit beim Lösen der Vorwärtsprobleme auf die Dipollokalisierung: 1. Dipol bei tangentialer Ausrichtung

Genauigkeit	RRE	Fehler, cm	Moment, A·m
10^{-1}	5.55e-08	0.220	8.98e-06
10^{-2}	4.37e-09	0.114	6.98e-06
10^{-3}	3.28e-09	0.103	6.91e-06
10^{-4}	3.39e-09	0.107	6.91e-06
10^{-5}	3.39e-09	0.107	6.90e-06
10^{-6}	3.39e-09	0.107	6.90e-06

Fehler in der Bestimmung der Dipolposition wird nicht immer mit steigender Genauigkeit beim Lösen der Vorwärtsprobleme kleiner. Bei ersten radial gerichteten Dipol steigt der Fehler bei der Genauigkeit von 10^{-2} im Vergleich zu 10^{-1} . Beim ersten tangential gerichteten Dipol steigt der Fehler bei der Genauigkeit von 10^{-4} im Vergleich zu 10^{-3} . Auch beim zweiten Dipol mit tangentialer Ausrichtung erhöht sich der Fehler bei der Genauigkeit von 10^{-3} im Vergleich

Abbildung 11: Fehler der Dipollokalisierung für den ersten Dipol bei radialer Ausrichtung in Abhängigkeit von Genauigkeit beim Lösen der Vorwärtsprobleme.

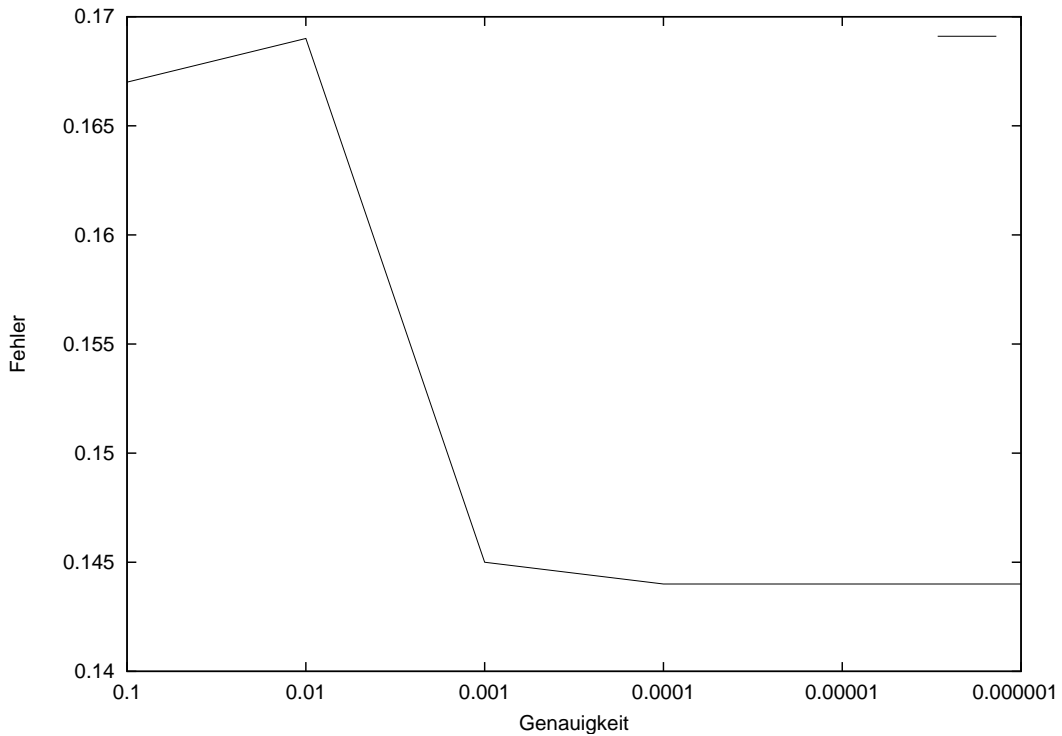


Tabelle 13: Einfluß der Genauigkeit beim Lösen der Vorwärtsprobleme auf die Dipollokalisierung: 2. Dipol bei radialer Ausrichtung

Genauigkeit	RRE	Fehler, cm	Moment, A·m
10^{-1}	2.55e-08	0.845	9.08e-06
10^{-2}	2.67e-09	0.202	6.86e-06
10^{-3}	1.78e-09	0.137	6.74e-06
10^{-4}	1.69e-09	0.131	6.73e-06
10^{-5}	1.68e-09	0.131	6.73e-06
10^{-6}	1.68e-09	0.131	6.73e-06

zu 10^{-2} . So kann die ungenaue Lösung der Vorwärtsprobleme sowohl zur Vergrößerung als auch zur Verkleinerung des Fehlers beim Lösen des Rückwärtsproblems führen. Dipolmomente werden bei der Genauigkeit von 10^{-2} genauer bestimmt als bei höheren Genauigkeiten. Dieser Unterschied ist jedoch ziemlich gering. Die Ergebnisse weisen schon ab einer Genauigkeit von 10^{-4} für den ersten radial gerichteten Dipol und den ersten tangential gerichteten Dipol sowie für den zweiten radial gerichteten Dipol nur sehr geringe Veränderung des Fehlers um weniger als 0,01 mm bei der Dipolsuche auf. Für den zweiten tangential gerichteten Dipol geschieht es ab einer Genauigkeit von 10^{-5} . Auch für die Bestimmung der relativen Residuumergie und des Dipolmoments ist eine höhere Genauigkeit nicht erforderlich. Weitere Erhöhung der

Abbildung 12: Fehler der Dipollokalisierung für den ersten Dipol bei tangentialer Ausrichtung in Abhängigkeit von Genauigkeit beim Lösen der Vorwärtsprobleme.

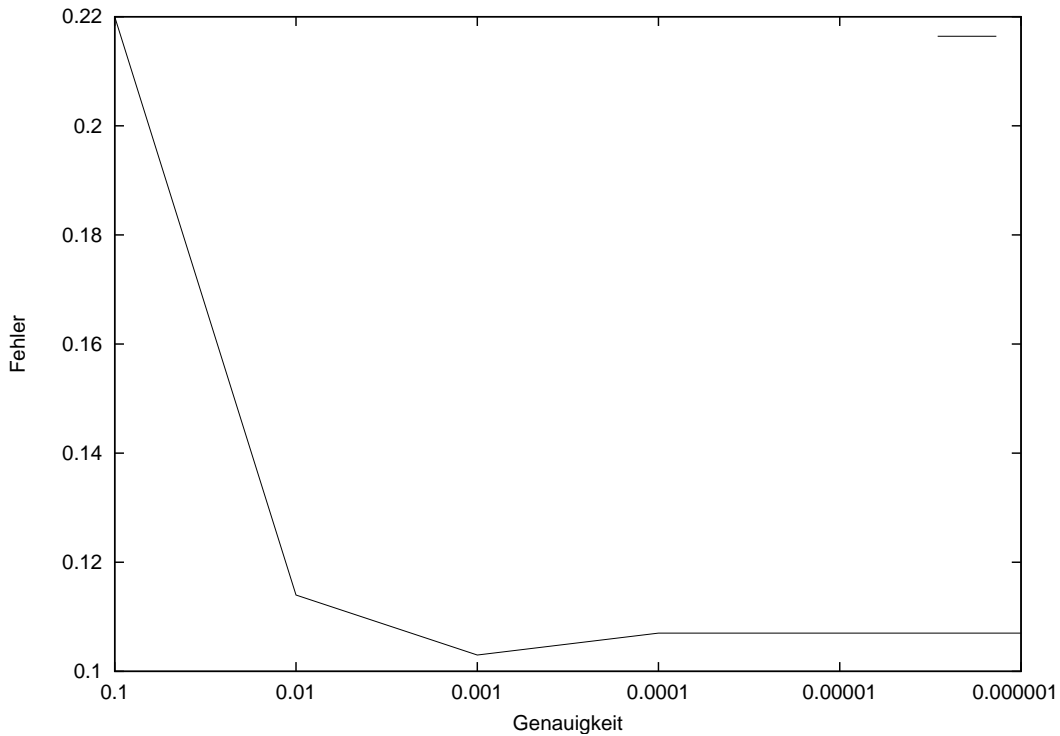


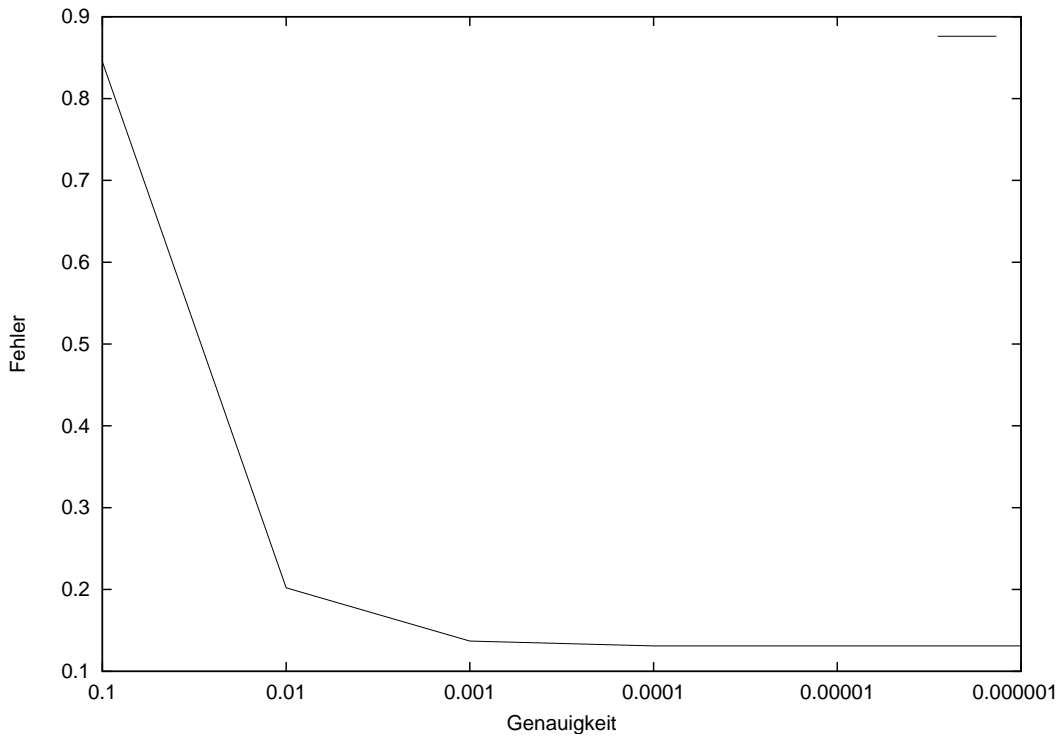
Tabelle 14: Einfluß der Genauigkeit beim Lösen der Vorwärtsprobleme auf die Dipollokalisierung: 2. Dipol bei tangentialer Ausrichtung

Genauigkeit	RRE	Fehler, cm	Moment, A·m
10^{-1}	1.07e-08	0.138	8.35e-06
10^{-2}	2.26e-09	0.013	6.79e-06
10^{-3}	2.33e-09	0.014	6.75e-06
10^{-4}	2.26e-09	0.008	6.74e-06
10^{-5}	2.26e-09	0.007	6.74e-06
10^{-6}	2.26e-09	0.007	6.74e-06

Genauigkeit über 10^{-5} ist somit an betracht angestrebter Genauigkeit von 1 mm bei Lösen der Rückwärtsprobleme, der Veränderung der relativen Residuenergie und der Veränderung des Dipolmoments nicht erforderlich. Damit kann die Genauigkeit von 10^{-8} beim Lösen der Vorwärtsprobleme aus dem Kapitel 3.2 als mehr als ausreichend betrachtet werden.

Die Tabellen 15 und 16 zeigen den Einfluß der Genauigkeit beim Lösen der Vorwärtsprobleme beim mittels MRI-Scans und CT erstellten Modell des Kopfes bei der Auflösung von 512×512 Zellen oder von 0,390625 mm und durch numerische Simulation entstandenen EEG-Daten aus dem Kapitel 3.1. Die Tabellen zeigen jeweils die relative Residuenergie, den Fehler in der Bestimmung der Dipolposition und das Dipolmoment für die stufenweise

Abbildung 13: Fehler der Dipollokalisierung für den zweiten Dipol bei radialer Ausrichtung in Abhängigkeit von der Genauigkeit Toleranz beim Lösen der Vorwärtsprobleme.



steigende Genauigkeit beim Lösen der Vorwärtsprobleme von 10^{-1} bis 10^{-6} . Die Resultate sind auch graphisch in den Abbildungen 15 und 16 zusammengefaßt.

Die Verbesserung des Fehlers der Suche nach der Dipolposition ist beim weiteren Erhöhen der Genauigkeit beim Lösen der Vorwärtsprobleme für den ersten Dipol schon ab 10^{-4} , für den zweiten ist sie ab 10^{-5} weniger als 0,01 mm. Das ist aber ziemlich wenig im Vergleich zu angestrebten Fehler von 1 mm beim Lösen der Rückwärtsprobleme. Auch für die Bestimmung der relativen Residuumergie und des Dipolmoments ist eine höhere Genauigkeit nicht notwendig.

Tabelle 15: **Einfluß der Genauigkeit beim Lösen der Vorwärtsprobleme auf die Dipollokalisierung auf dem durch MRI-Scan und CT erstellten Modell für den 1. Dipol**

Genauigkeit	RRE	Fehler, cm	Moment, A·m
10^{-1}	2.19e-04	1.105e-01	4.22e-02
10^{-2}	1.31e-03	3.360e-01	7.56e-03
10^{-3}	4.17e-07	1.619e-02	2.82e-02
10^{-4}	5.80e-07	8.988e-04	2.80e-02
10^{-5}	7.42e-09	4.046e-04	2.80e-02
10^{-6}	2.37e-11	1.439e-04	2.80e-02

Abbildung 14: Fehler der Dipollokalisierung für den zweiten Dipol bei tangentialer Ausrichtung in Abhängigkeit von der Genauigkeit beim Lösen der Vorwärtsprobleme.

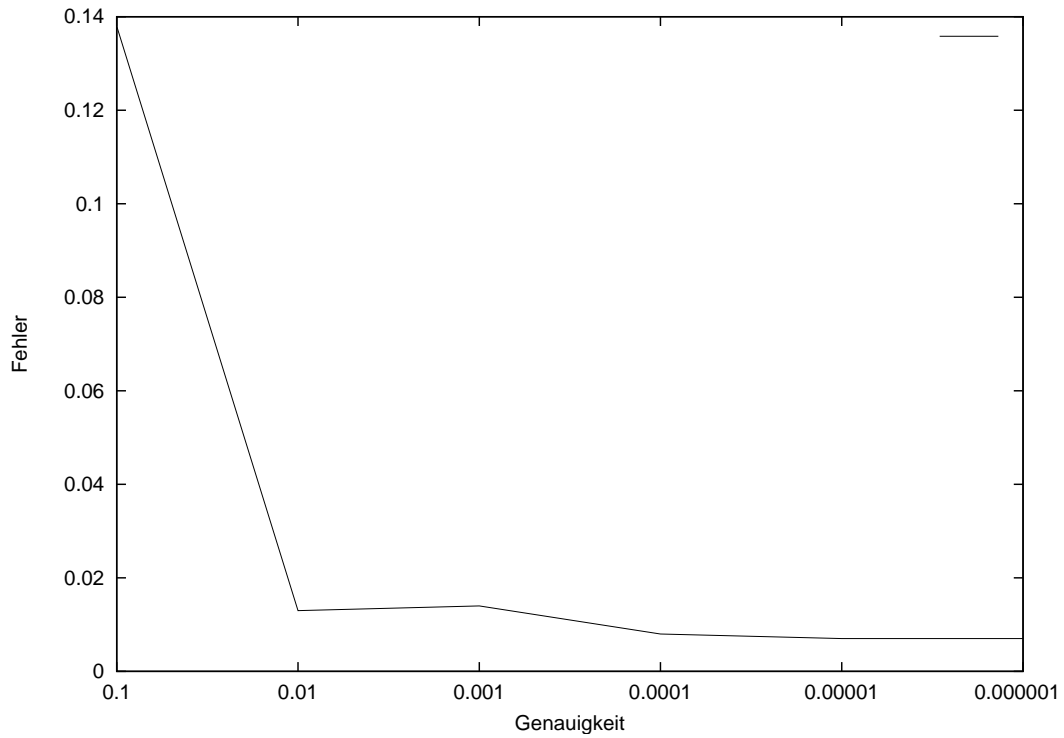


Tabelle 16: Einfluß der Genauigkeit beim Lösen der Vorwärtsprobleme auf die Dipollokalisierung auf dem durch MRI-Scan und CT erstellten Modell für den 2. Dipol

Genauigkeit	RRE	Fehler, cm	Moment, A·m
10^{-1}	2.14e-03	4.174e-01	4.13e-01
10^{-2}	6.18e-04	3.388e-01	3.77e-01
10^{-3}	3.53e-06	6.824e-02	4.87e-02
10^{-4}	1.42e-07	8.347e-03	4.90e-02
10^{-5}	1.09e-09	7.271e-04	4.90e-02
10^{-6}	2.05e-11	5.435e-05	4.90e-02

Abbildung 15: Fehler der Dipollokalisierung für den ersten Dipol für durch MRI-Scan und CT erstelltes Modell in Abhängigkeit von der Genauigkeit beim Lösen der Vorwärtsprobleme.

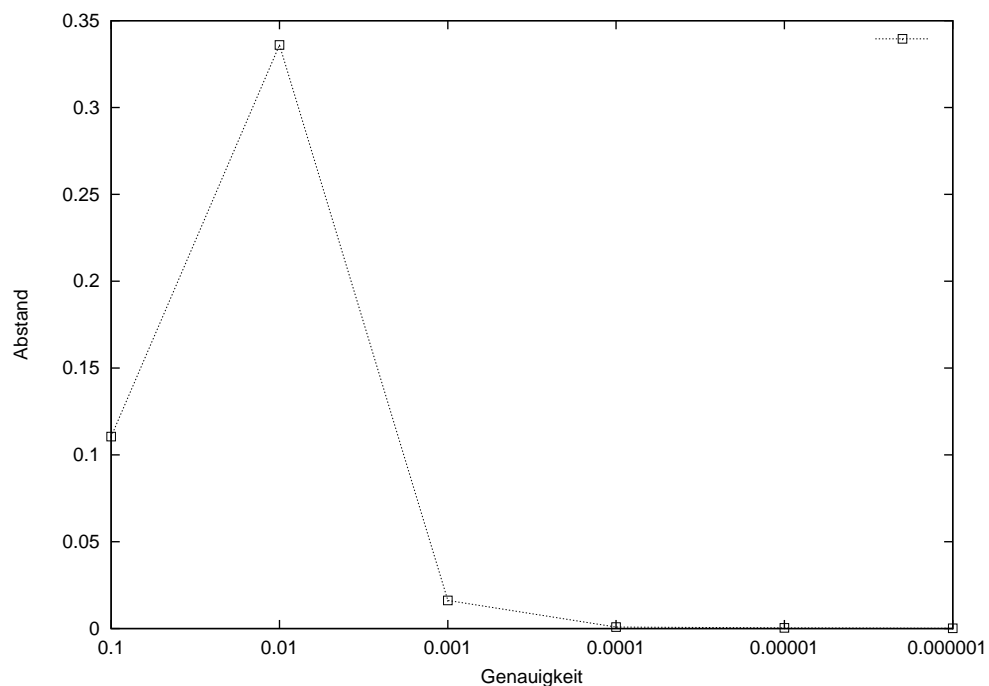
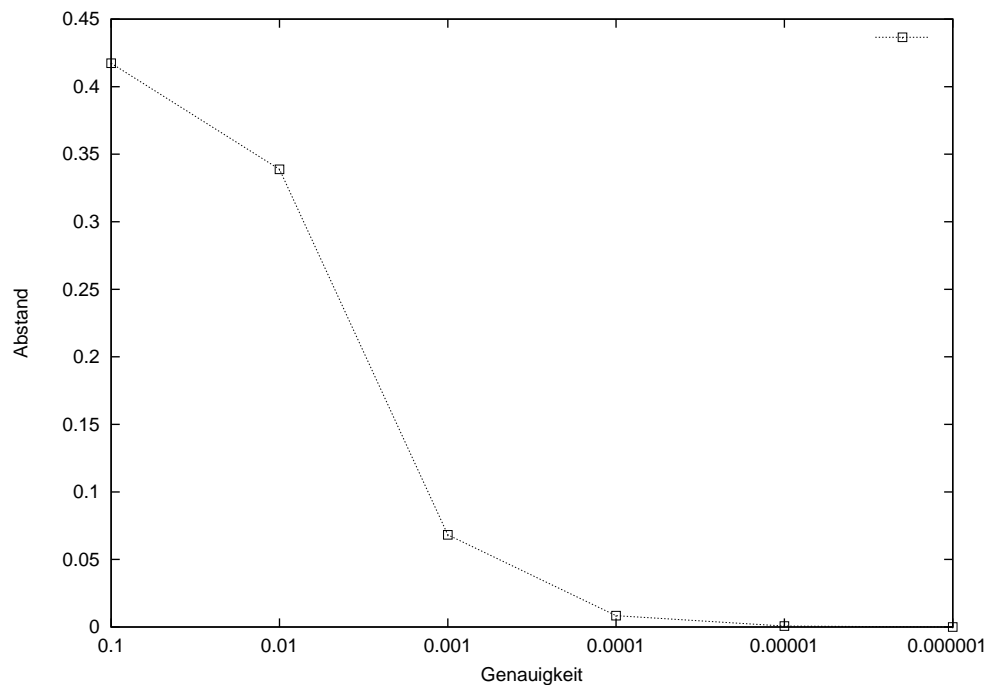


Abbildung 16: Fehler der Dipollokalisierung für den zweiten Dipol für durch MRI-Scan und CT erstelltes Modell in Abhängigkeit von der Genauigkeit beim Lösen des Vorwärtsprobleme.



Deshalb ist die Genauigkeit von 10^{-5} für den angestrebten Zweck völlig ausreichend.

3.4 Anwendung der bikubischen Interpolation bei der Aufstellung der Leadfield Matrix

Bei der Methode der Dipollokalisierung wird keine Beschränkung bezüglich der Dipolposition gemacht, deshalb können sich die Pole eines Dipols auch nicht in einem Zellenmittelpunkt befinden. Da die Lösung der Vorwärtsprobleme die Potentiale in den Zellenmitten beinhaltet, wird für die Aufstellung der Leadfield Matrix eine Interpolation benötigt zum Ausrechnen der Potentialwerte an einer beliebigen Stelle des Kopfes. Bis jetzt wurde die Aufgabe mit Hilfe bilinearer Interpolation gelöst. Eine andere Möglichkeit ist die Benutzung bikubischer Interpolation.

Die Tabellen 17, 18, 19 und 20 präsentieren die Ergebnisse der Anwendung der bikubischen Interpolation auf das im Kapitel 3.1 beschriebene Kreisscheibenmodell mit den EEG-Daten aus dem Kapitel 3.2 und der Auflösung von 1 mm. Für jeden Dipol wird der Vergleich zwischen bilinearer und bikubischer Interpolation mittels der Abbildungen 17, 18, 19 und 20 dargestellt.

Tabelle 17: **Bikubische Interpolation: 1. Dipol bei radialer Ausrichtung**

Auflösung	RRE	Fehler, cm	Moment, A·m
4 mm	2.32e-07	1.183	5.39e-06
2 mm	2.62e-08	0.290	6.29e-06
1 mm	1.22e-08	0.142	6.58e-06
0.5 mm	2.57e-10	0.052	6.90e-06

Tabelle 18: **Bikubische Interpolation: 1. Dipol bei tangentialer Ausrichtung**

Auflösung	RRE	Fehler, cm	Moment, A·m
4 mm	1.63e-07	0.537	5.61e-06
2 mm	8.25e-09	0.401	7.04e-06
1 mm	3.38e-09	0.106	6.90e-06
0.5 mm	1.12e-10	0.060	7.03e-06

Abbildung 17: Vergleich der Fehler bei bilinearer und bikubischer Interpolation für den ersten Dipol mit radialer Ausrichtung in Abhängigkeit von der Auflösung.

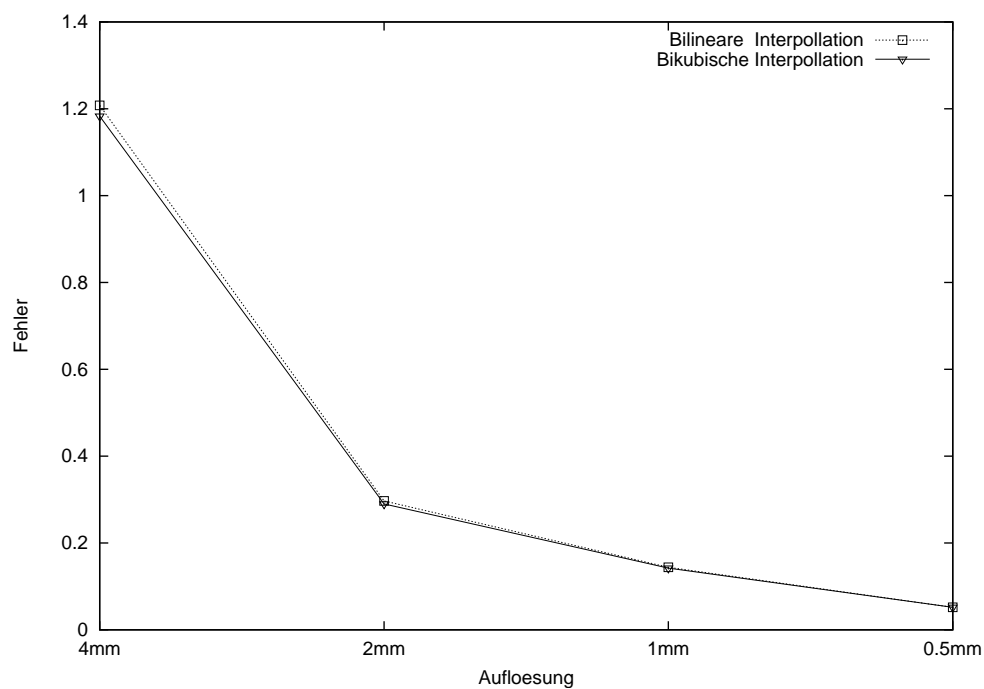


Abbildung 18: Vergleich der Fehler bei bilinearer und bikubischer Interpolation für den ersten Dipol mit tangentialer Ausrichtung in Abhängigkeit von der Auflösung

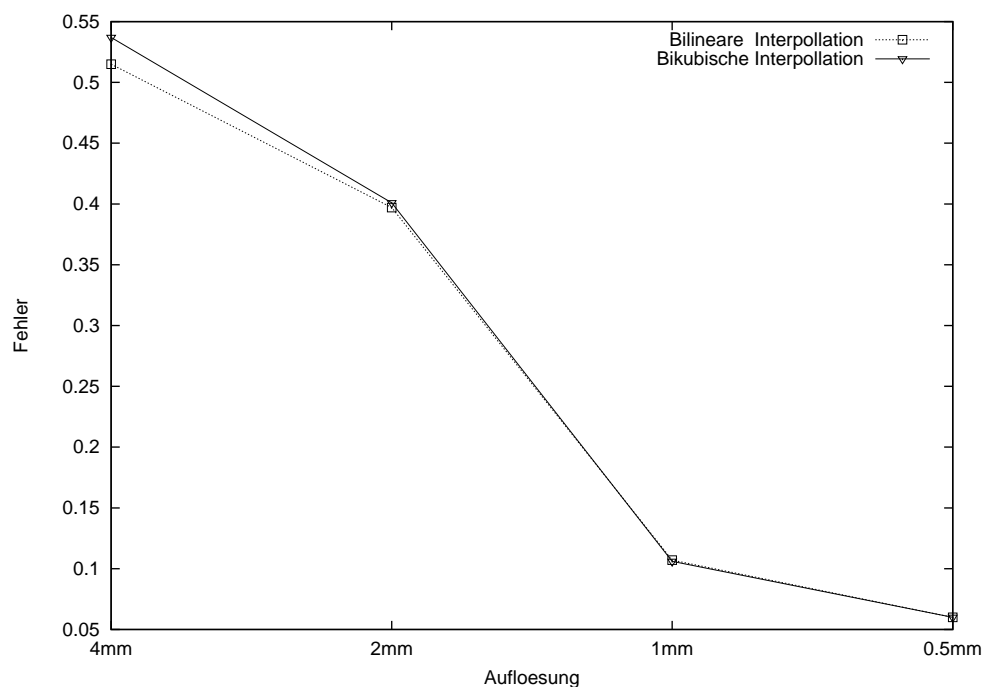


Tabelle 19: **Bikubische Interpolation: 2. Dipol bei radialer Ausrichtung**

Auflösung	RRE	Fehler, cm	Moment, A·m
4 mm	3.62e-08	0.501	5.76e-06
2 mm	5.90e-09	0.303	6.37e-06
1 mm	1.67e-09	0.131	6.73e-06
0.5 mm	5.33e-11	0.034	6.92e-06

Abbildung 19: Vergleich der Fehler bei bilinearer und bikubischer Interpolation für den zweiten Dipol mit radialer Ausrichtung in Abhängigkeit von der Auflösung.

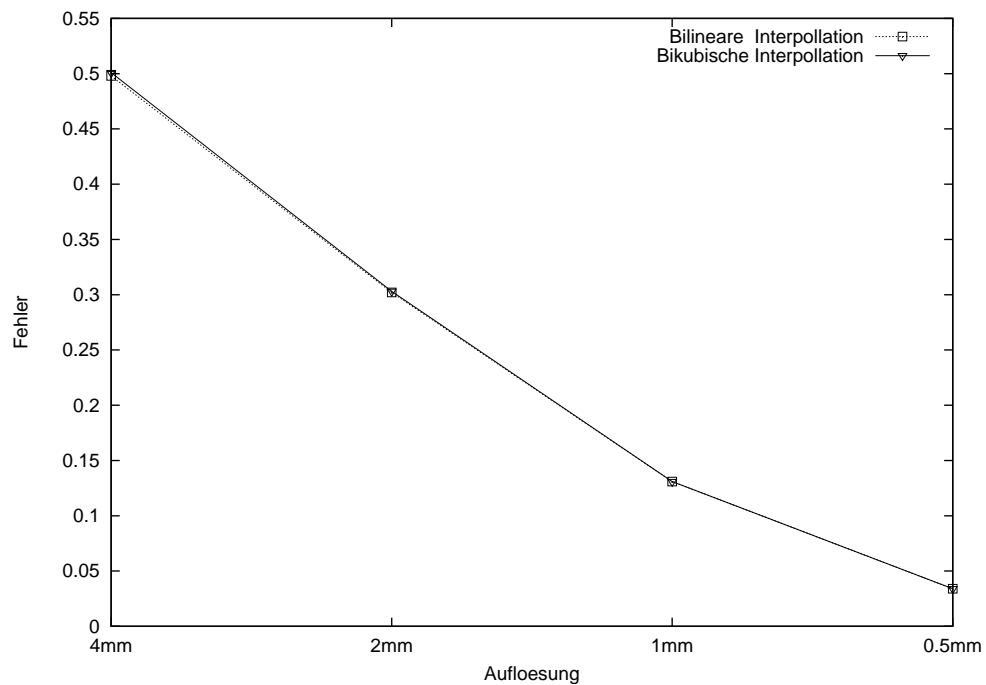


Tabelle 20: **Bikubische Interpolation: 2. Dipol bei tangentialer Ausrichtung**

Auflösung	RRE	Fehler, cm	Moment, A·m
4 mm	5.49e-08	0.180	5.78e-06
2 mm	6.71e-09	0.012	6.41e-06
1 mm	2.26e-09	0.007	6.74e-06
0.5 mm	4.78e-11	0.004	6.92e-06

Abbildung 20: Vergleich der Fehler bei bilinearer und bikubischer Interpolation für den zweiten Dipol mit tangentialer Ausrichtung in Abhängigkeit von der Auflösung.

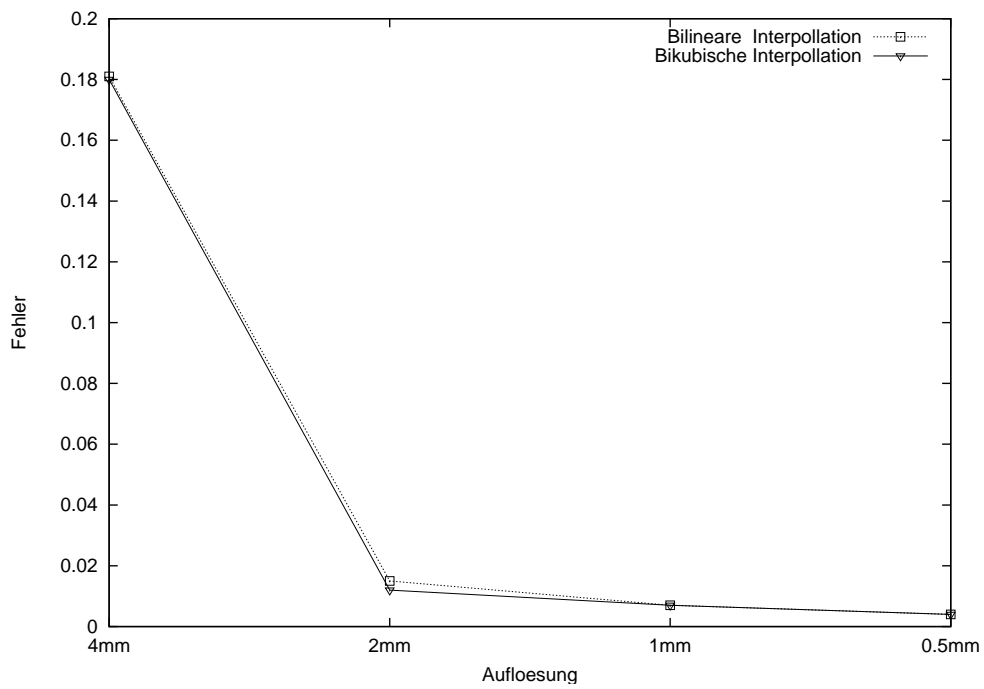


Abbildung 21: Vergleich der Anzahl der Aufrufe bei bilinearer und bikubischer Interpolation für den ersten Dipol mit radialer Ausrichtung in Abhängigkeit von der Auflösung.

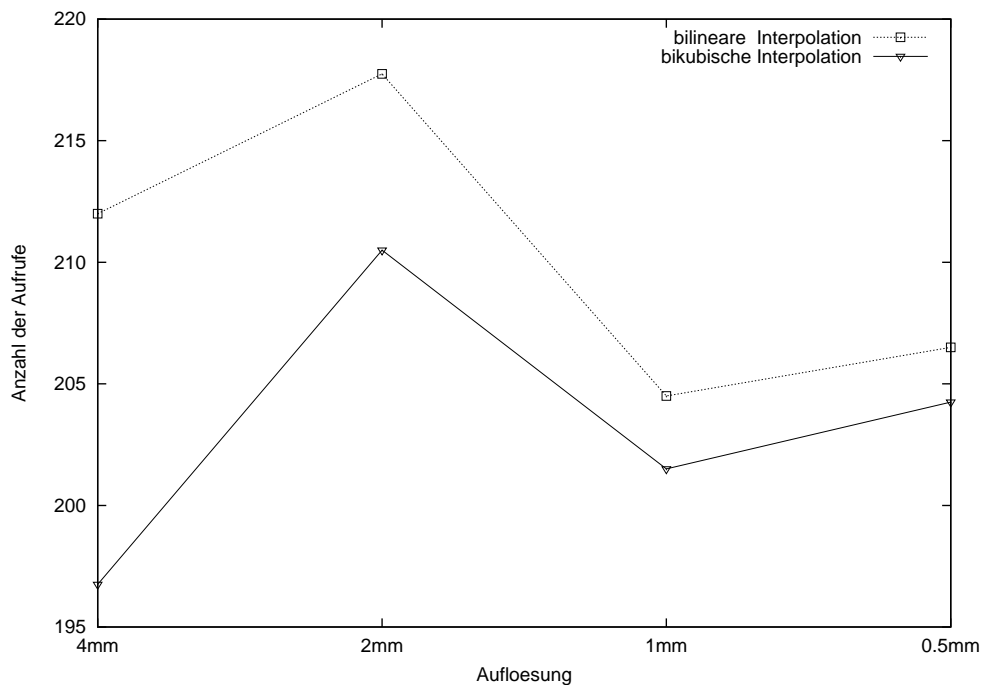


Abbildung 22: Vergleich der Anzahl der Aufrufe bei bilinearer und bikubischer Interpolation für den ersten Dipol mit tangentialer Ausrichtung in Abhängigkeit von der Auflösung.

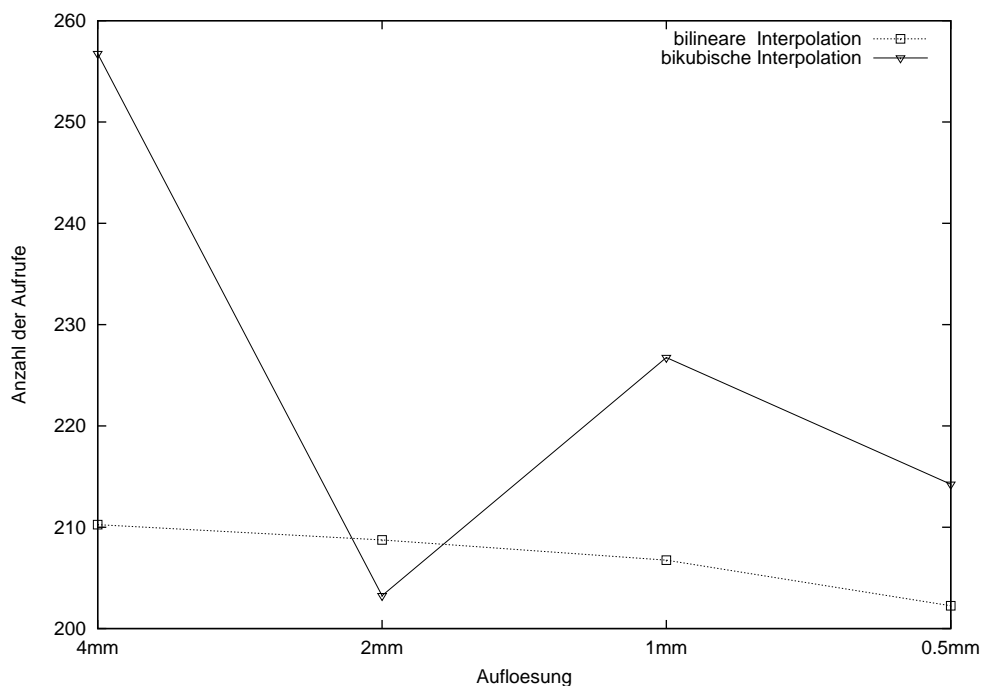


Abbildung 23: Vergleich der Anzahl der Aufrufe bei bilinearer und bikubischer Interpolation für den zweiten Dipol mit radialer Ausrichtung in Abhängigkeit von der Auflösung.

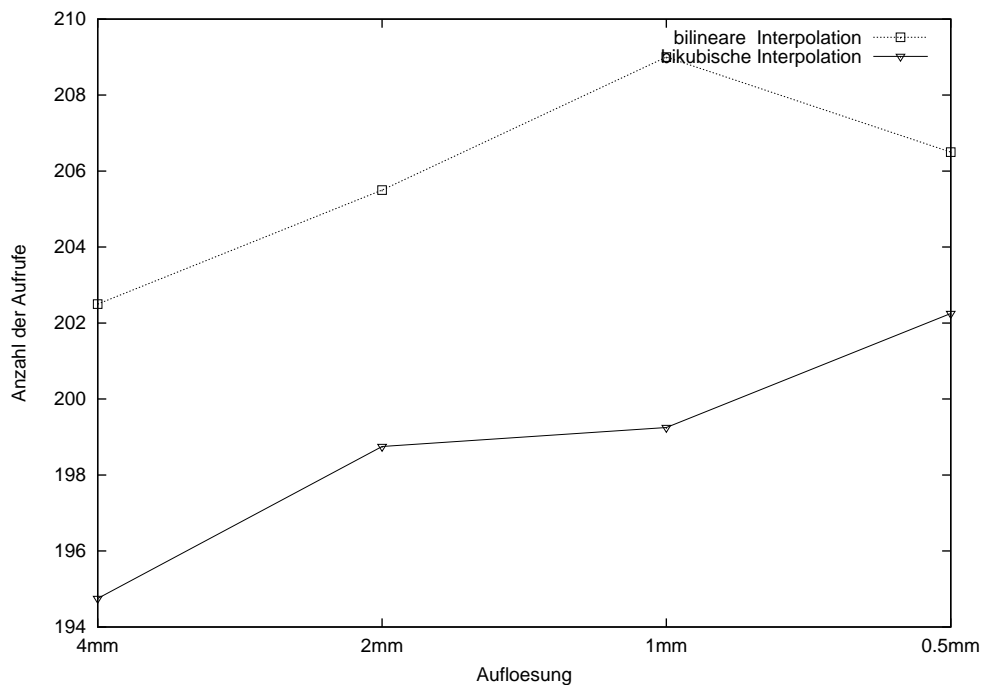
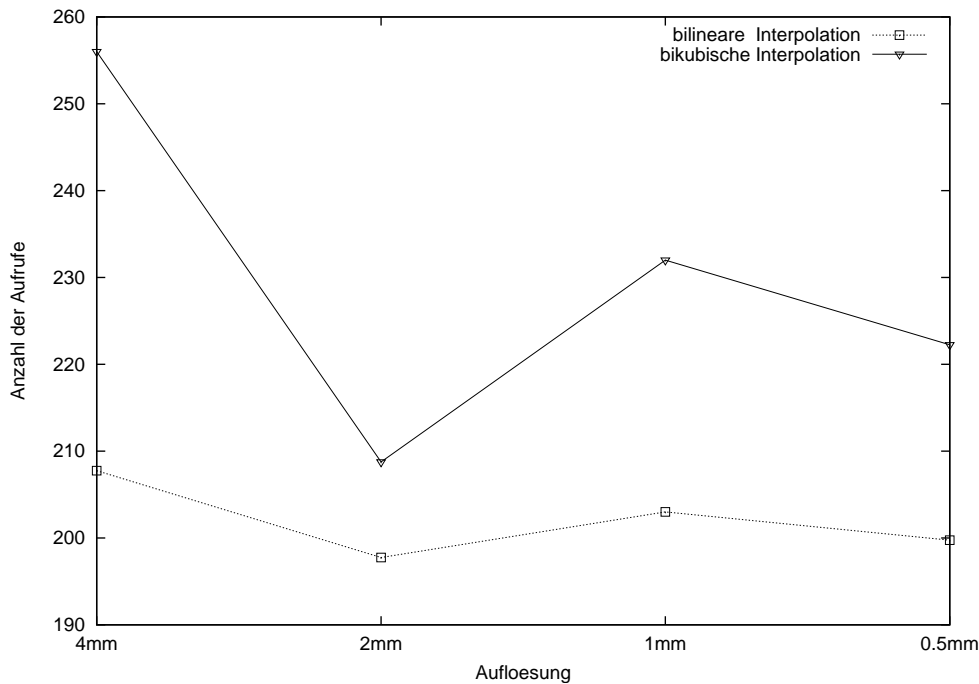


Abbildung 24: Vergleich der Anzahl der Aufrufe bei bilinearer und bikubischer Interpolation für den zweiten Dipol mit tangentialer Ausrichtung in Abhängigkeit von der Auflösung.



In allen 4 Vergleichen für die beiden Dipole bei radialer und tangentialer Ausrichtung des jeweiligen Dipols kann kein wesentlicher Unterschied in den Fehlern beim Bestimmen der Dipolpositionen festgestellt werden. Manchmal liefert die bikubische Interpolation bessere Ergebnisse, aber manchmal sind die Ergebnisse der bilinearen Interpolation besser. Da der Unterschied dazwischen kaum sichtbar ist, ist ein wesentlicher Punkt zur Beurteilung der beiden Möglichkeiten die Anzahl der Funktionsaufrufe beim Nelder-Mead Algorithmus. Bei jedem Aufruf wird die relative Residuumenergie neu berechnet. Deshalb kann an der Anzahl der Aufrufe der Aufwand für die Berechnungen beurteilt werden. In der vorliegenden Implementierung der Methode der Dipollokalisierung wird von 4 unterschiedlichen Simplexes gestartet. Für jeden Dipol wird eine Abbildung erstellt, die die mittlere Anzahl der Aufrufe für bilineare und bikubische Interpolation in Abhängigkeit von der Auflösung graphisch darstellt. Bei den radial ausgerichteten Dipolen ist die Anzahl der Aufrufe bei bikubischer Interpolation geringer. Bei den tangential gerichteten Dipolen ist die Anzahl der Aufrufe bei bilinearer Interpolation mit einer Ausnahme kleiner. Nur bei 2 mm Auflösung beim ersten tangential gerichteten Dipol ist die Anzahl der Aufrufe bei bilinearer Interpolation größer als bei bikubischer. Somit ist es klar, daß bikubische Interpolation nicht unbedingt geringere Anzahl der Aufrufe als bilineare benötigt. Da der Aufwand für die Berechnungen bei bilinearer Interpolation geringer ist, wäre das eine bessere Alternative.

3.5 Einfluß der Leitfähigkeit des Knochens

Auf die Bestimmung der Dipolposition haben die Leitfähigkeiten verschiedener Compartments einen Einfluß. Anfänglich wurde von Rush, Driscoll, Cohen und Cuffin s. [1] angenommen,

daß die Leitfähigkeit des Knochens im Verhältnis 1 zu 80 zur Leitfähigkeit der Gehirnmasse liegt. Spätere Untersuchungen s. [1] haben jedoch ergeben, daß das Verhältnis 1 zu 16 ist. Deshalb ist es notwendig zu prüfen, welchen Einfluß auf die Bestimmung der Dipolposition diese Änderung der Annahme hat.

Der Einfluß der Annahme über Leitfähigkeit des Knochens wurde auf einem Kreisscheibenmodell des Kopfes mit der Auflösung von 1 mm und 24 angebrachten Elektroden untersucht. Die Werte an den Elektroden sind die gleichen wie im Kapitel 3.2. Die Vorwärtsprobleme für die Erzeugung der Werte an den Elektroden wurden damals für das Verhältnis der Leitfähigkeiten des Knochens und der Gehirnmasse von 1 zu 16 gelöst. Das Rückwärtsproblem bei der Dipolsuche wird dann jetzt für die Verhältnisse von 1 zu 16 und 1 zu 80 gelöst. Für die Lösung eines Rückwärtsproblems werden aufgrund des Satzes von Helmholtz die Lösungen der entsprechenden Vorwärtsprobleme verwendet. Damit werden diese Vorwärtsprobleme bei den zwei obengenannten Verhältnissen der Leitfähigkeiten gelöst.

Die Ergebnisse der Dipolsuche sind für 2 Dipole bei radialer und tangentialer Ausrichtung des entsprechenden Dipols in den Tabellen 21, 22, 23 und 24 zusammengefaßt. Unter dem Abstand wird hier der Abstand vom Mittelpunkt des Kopfes verstanden. Der erste Dipol befindet sich in einem Abstand von 7 cm vom Mittelpunkt des Kopfes. Der Abstand des zweiten Dipols beträgt 2 cm. Beide Dipole sind auf der Y-Achse plaziert. Die Änderung der Annahme über das Verhältnis der Leitfähigkeiten führt zu erheblichen Abweichungen in der Bestimmung der Dipolposition. Beim Verhältnis der Leitfähigkeiten von 1 zu 80 wird der Dipol näher an die Kopfoberfläche gefunden. Der Unterschied bei den gefundenen Positionen beträgt bei der radialer Ausrichtung des ersten Dipols 1,35 cm, bei der tangentialer ist er 1,41 cm. Beim zweiten Dipol fällt die Abweichung geringer aus. Bei radialer Ausrichtung des Dipols beträgt sie 0,46 cm, bei tangentialer ist sie 0,52 cm. Die relative Residuuumenergie der Ergebnisse ist bei beiden Leitfähigkeiten vergleichbar. Aber der Fehler der Dipolsuche beim Verhältnis der Leitfähigkeiten von 1 zu 80 ist beim ersten Dipol größer als 1 cm, beim zweiten Dipol ist er mit 0,32 cm und 0,57 cm bei beiden Ausrichtungen des Dipols zwar kleiner als beim ersten Dipol, aber die Genauigkeit der Dipolsuche ist damit erheblich schlechter als 1 mm und als die Genauigkeit der Dipolsuche beim Verhältnis der Leitfähigkeiten von 1 zu 16. Das gefundene Dipolmoment unterscheidet sich stark bei den beiden Annahmen.

Tabelle 21: Dipollokalisation: 1. Dipol bei radialer Ausrichtung

Verhältnis der Leitfähigkeiten	RRE	Abstand, cm	Fehler, cm	Moment, A·m
1:16	1.21e-08	6.856	0.144	6.58e-06
1:80	1.06e-08	8.200	1.200	1.88e-05

Tabelle 22: Dipollokalisation: 1. Dipol bei tangentialer Ausrichtung

Verhältnis der Leitfähigkeiten	RRE	Abstand, cm	Fehler, cm	Moment, A·m
1:16	3.39e-09	6.893	0.107	6.90e-06
1:80	6.18e-09	8.306	1.306	8.31e-06

Tabelle 23: **Dipollokalisierung: 2. Dipol bei radialer Ausrichtung**

Verhältnis der Leitfähigkeiten	RRE	Abstand, cm	Fehler, cm	Moment, A·m
1:16	1.68e-09	6.869	0.131	6.73e-06
1:80	2.01e-09	7.330	0.330	7.47e-06

Tabelle 24: **Dipollokalisierung: 2. Dipol bei tangentialer Ausrichtung**

Verhältnis der Leitfähigkeiten	RRE	Abstand, cm	Fehler, cm	Moment, A·m
1:16	2.26e-09	2.007	0.007	6.74e-06
1:80	2.68e-09	2.576	0.576	7.51e-06

Die Ergebnisse zeigen einen großen Einfluß des Verhältnisses der Leitfähigkeiten des Knochens und der Gehirnmasse auf die Dipolposition und auf das Dipolmoment. Deshalb ist die richtige Annahme über die Leitfähigkeit des Knochens ganz entscheidend für das Ergebnis der Dipolsuche.

Nun soll dieser Einfluß der Leitfähigkeit des Knochens an dem durch Magnetresonanzaufnahmen und Computer-Tomographie entstandenen Modell des Kopfes mit 512×512 Zellen und 10 am Kopf angebrachten Elektroden untersucht werden.

Die Tabellen 25 und 26 fassen die Resultate zusammen.

Die relative Residuenergie und die Fehler bei der Bestimmung der Dipolposition und des Dipolmoments sind beim Verhältnis der Leitfähigkeiten von 1 zu 16 erheblich geringer als beim Verhältnis von 1 zu 80. Während die Fehler in der Dipolposition beim Verhältnis der Leitfähigkeiten von 1 zu 16 weniger als 0,01 mm betragen, sind die Fehler beim Verhältnis der Leitfähigkeiten von 1 zu 80 über 1 cm groß.

Tabelle 25: **Dipollokalisierung: 1. Dipol**

Verhältnis der Leitfähigkeiten	RRE	Fehler, cm	Moment, A·m
1:16	2.37e-11	1.439e-04	2.80e-02
1:80	2.29e-02	1.132e-00	1.44e-02

Tabelle 26: **Dipollokalisierung: 2. Dipol**

Verhältnis der Leitfähigkeiten	RRE	Fehler, cm	Moment, A·m
1:16	2.05e-11	5.435e-05	4.90e-02
1:80	3.28e-04	1.414e-00	6.23e-02

Das Verhältnis der Leitfähigkeiten von 1 zu 80 führt zu großen Fehler bei der Dipolsuche, während Fehler beim Verhältnis der Leitfähigkeiten des Knochens und der Gehirnmasse von 1

zu 16 klein sind. Und somit hat diese Änderung der Leitfähigkeit des Knochens einen großen Einfluß. Deshalb ist die Kenntnis des richtigen Verhältnisses der Leitfähigkeiten entscheidend für das Ergebnis der Dipolsuche.

3.6 Dreidimensionales Kopfmodell

In [1] wird ein dreidimensionales Kopfmodell betrachtet. Das Modell hat nur drei Compartments: "Haut", "Knochen" und "Gehirnmasse". Wie im zweidimensionalen Kreisscheibenmodell wird den einzelnen Voxeln ein Compartmentstyp zugeordnet. Das geschieht in Abhängigkeit vom Abstand zwischen der Kopfmitte und der Mitte eines Voxels. Die einzelnen Radien für das Erzeugen des Modells sind wie folgt zugeordnet:

$$r_{\text{Haut}} = 0.092 \text{ m}, \quad r_{\text{Knochen}} = 0.085 \text{ m}, \quad r_{\text{Gehirnmasse}} = 0.08 \text{ m}.$$

D.h. z.B., daß alle Voxel mit einem Abstand über 0.08 m bis 0.085 m zum Compartment "Knochen" gehören. Die Leitfähigkeiten der Compartments sind wie im Kapitel 3.1. Am Kopf sind 27 Elektroden für die EEG-Messungen angebracht. Die Platzierung der Elektroden folgt dem internationalen 10-20 System mit drei zusätzlichen Elektroden an jeder Seite. Für die Einzelheiten s.[1].

Im Unterschied zum gerade beschriebenen Modell aus [1] wird bei dem anderen Modell noch ein Compartment für die Gehirnflüssigkeit eingeführt. Deshalb müssen die Radien korrigiert werden. Die Gehirnflüssigkeit kann eher zum Gehirn als zum Knochen zugeordnet werden. Deshalb wird $r_{\text{Gehirnmasse}}$ verkleinert bis zu 0.0775 m. Dann ist $r_{\text{Gehirnflüssigkeit}}$ 0.08 m. Im Kreisscheibenmodell im Kapitel 3.1 ist die Schicht der Gehirnflüssigkeit 2 Mal dünner als die Schicht des Knochens. Diese Annahme wird auch hier gemacht. Wie in [1] werden mehrere Dipole in der XZ-Ebene erzeugt. Die Anzahl aller Dipole wird dadurch höher, daß jeder Dipol bei 3 Ausrichtungen entlang jeder Koordinatenachse betrachtet wird. Die Dipole werden als Gitterpunkte eines Gitters mit der Maschenweite von 5,3 mm in jeder Richtung erzeugt und liegen im Gehirn oberhalb der Ebene $z = -\frac{r_{\text{Gehirnmasse}}}{2}$. Für das Modell mit drei Compartments werden 575 Dipole statt 581 Dipole in [1] mit jeweilig derselben Ausrichtung erzeugt. Durch die Verkleinerung des Gehirns werden 546 Dipole mit jeweilig derselben Dipolausrichtung für das Modell mit 4 Compartments erzeugt.

3.7 Tests für dreidimensionales Modell

Zunächst werden die Ergebnisse in [1] überprüft. Dafür wird ein dreidimensionales 2mm-Modell mit drei Compartments erzeugt. Das verwendete Kopfmodell hat den Vorteil, daß die Potentialwerte an den Elektroden mittels einer unendlichen Reihe repräsentiert werden. Deshalb werden EEG-Werte an den Elektroden für jeden Dipol analytisch berechnet. Die Resultate der Dipollokalisierung stehen in der Tabelle 27.

Jedes Simplex proeeziert sich dabei auf ein Viertel des in XZ-Ebene liegenden Kreises. Die Ergebnisse der Dipolsuche mit der geringsten relativen Residuumenergie werden genommen. Es wird dann ein mittlerer Lokalisierungsfehler für Dipole mit derselben Ausrichtung berechnet. Dann wird der mittlere Lokalisierungsfehler aller Dipole berechnet. Außerdem beinhaltet die Tabelle den maximalen Lokalisierungsfehler für jede Dipolausrichtung sowie für alle Dipole. Der mittlere Lokalisierungsfehler beträgt 1.6 mm, der maximale Lokalisierungsfehler ist 6.5 mm. In [1] wurde der mittlere Lokalisierungsfehler für dieses Modell berechnet. Er ist mit

2.2 mm etwas größer als 1.6 mm. Der Grund dafür kann darin bestehen, daß es unbekannt ist, ob auf die gleiche Weise die Dipolpositionen für die Testdipole in [1] erzeugt worden sind. Es ist auch unbekannt, aus welchen Überlegungen genau 581 Dipole mit jeweilig derselben Ausrichtung erzeugt worden sind. Die Unterschiede in der Fehlergröße sind trotzdem klein, was die Größenordnung der Fehler der Dipolsuche in [1] bestätigt.

Tabelle 27: Dipollokalisation auf dem 2mm-Modell mit 3 Compartments.

Ausrichtung der Dipole	mittl. Lokalisierungsfehler, mm	max. Lokalisierungsfehler, mm
entlang der X-Achse	1.8	6.5
entlang der Y-Achse	1.4	5.5
entlang der Z-Achse	1.6	5.1
Für alle Dipole	1.6	6.5

Zum Vergleich der Dipolsuche auf dem Modell mit 3 Compartments werden Kopfmodelle aus dem Kapitel 3.6 mit der Maschenweite von 4 und 2 mm und mit 4 Compartments verwendet. Die EEG-Werte an den Elektroden für jeden Dipol werden mittels analytischer Methoden errechnet. Die Ergebnisse der Dipolsuche mittels der Methode der Dipollokalisation werden in Tabellen 28 und 29 vorgestellt. Die Abbildungen 25, 26 und 27 für das 4mm-Modell und 28, 29 und 30 für das 2mm-Modell zeigen die Fehler in der Dipollokalisation für alle getesteten Dipole graphisch.

Tabelle 28: Dipollokalisation auf dem 4mm-Modell.

Ausrichtung der Dipole	mittl. Lokalisierungsfehler, mm	max. Lokalisierungsfehler, mm
entlang der X-Achse	7.1	11.9
entlang der Y-Achse	5.3	11.7
entlang der Z-Achse	7.8	17.6
Für alle Dipole	6.7	17.6

Tabelle 29: Dipollokalisation auf dem 2mm-Modell.

Ausrichtung der Dipole	mittl. Lokalisierungsfehler, mm	max. Lokalisierungsfehler, mm
entlang der X-Achse	2.8	6.3
entlang der Y-Achse	2.2	6.8
entlang der Z-Achse	3.2	8.7
Für alle Dipole	2.7	8.7

Somit beträgt der mittlere Lokalisierungsfehler 6,7 mm auf dem 4mm-Modell und 2.7 mm auf dem 2mm-Modell. D.h., daß der mittlere Lokalisierungsfehler für das 4mm-Modell über 2 Mal größer als für das 2mm-Modell ist. Außerdem ist der mittlere Fehler kleiner als 2 mal

Abbildung 25: Fehler der Dipollokalisierung auf dem 4mm-Modell für die an der X-Achse ausgerichteten Dipole.

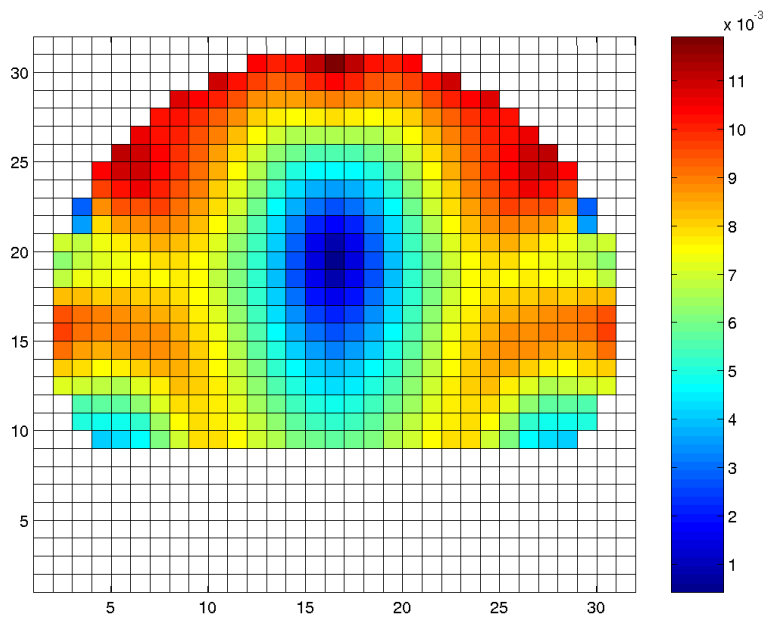


Abbildung 26: Fehler der Dipollokalisierung auf dem 4mm-Modell für die an der Y-Achse ausgerichteten Dipole.

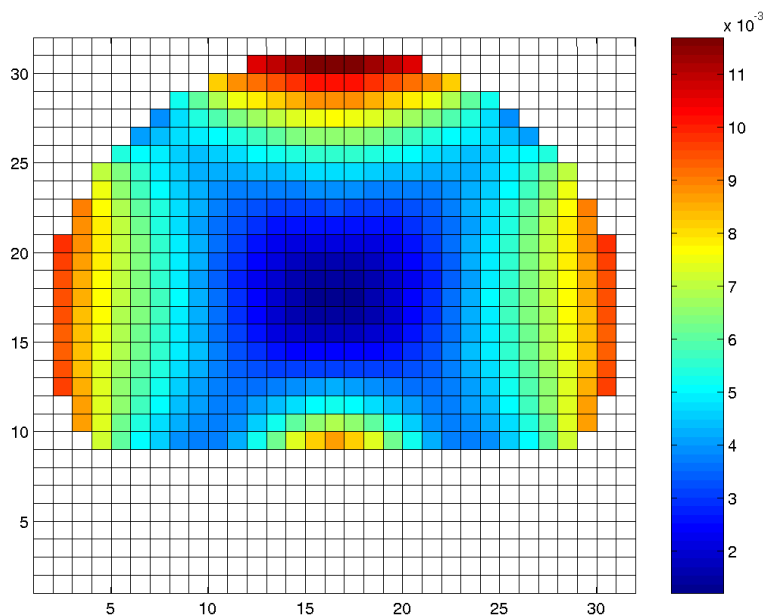
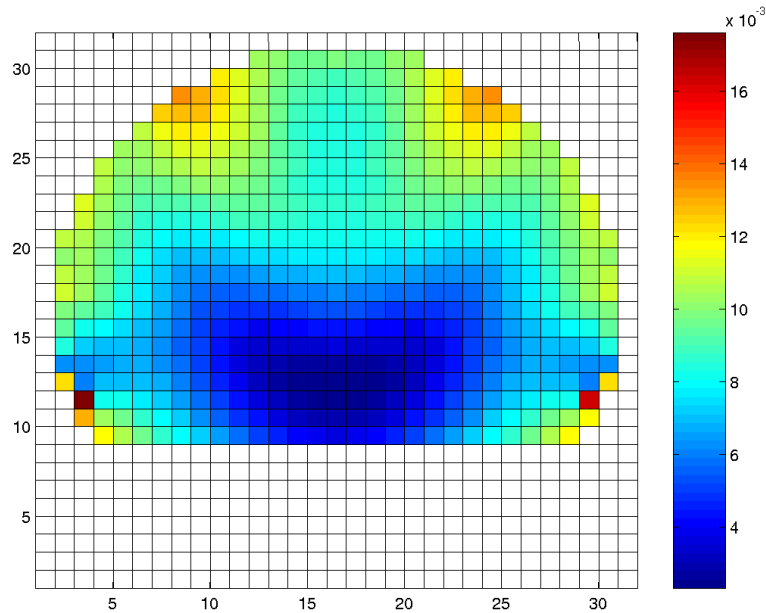


Abbildung 27: Fehler der Dipollokalisierung auf dem 4mm-Modell für die an der Z-Achse ausgerichteten Dipole.



Maschenweite des entsprechenden Modells. Der maximale Lokalisierungsfehler ist mit 17,6 mm auf dem 4-mm Modell etwa zwei Mal größer als mit 8,7 mm auf dem 2-mm Modell. Der maximale Fehler ist hier kleiner als 5 Maschenweiten des entsprechenden Modells.

Die Dipollokalisierung auf dem 2mm-Modell mit 4 Compartments liefert erheblich größere mittleren und maximalen Fehler in der Dipollokalisierung als das Modell mit 3 Compartments. Somit führt die Erhöhung der Anzahl der Compartments zu Vergrößerung der Fehler bei der Dipolsuche.

Für das dreidimensionale Modell muß überprüft werden, mit welcher Genauigkeit sollen die Vorwärtsprobleme berechnet werden, damit die Lokalisationsgenauigkeit der Dipolsuche darunter nicht leidet. Die Genauigkeit beim Lösen der Vorwärtsprobleme wurde stufenweise von 10^{-1} bis 10^{-6} erhöht. Der mittlere Lokalisierungsfehler und der maximale Lokalisierungsfehler in Abhängigkeit von der Genauigkeit sind in der Tabellen 30 und 31 zusammengefaßt. Die Ergebnisse der Dipollokalisierung sind hinreichend genau schon ab der Genauigkeit von 10^{-4} . Die dadurch entstehenden Fehler sind dann kleiner als 0,01 mm, was für unsere Zwecke völlig ausreichend ist. Die Ergebnisse werden auf den Abbildungen 31 und 32 dargestellt. Die Veränderungen sind schon ab der Genauigkeit von 10^{-2} auf den Bildern kaum feststellbar, denn sie sind weniger als 0,1 mm für das 4mm-Modell und weniger als 0,5 mm für den maximalen Fehler im 2mm-Modell. Das ist aber ziemlich wenig in Relation zu der Größe der Fehler selbst.

Nun soll geklärt werden, welchen Einfluß die Änderung der Annahme über das Verhältnis der Leitfähigkeiten von Knochen und Gehirnmasse auf die Lokalisationsgenauigkeit der Dipolsuche hat. Die EEG-Werte an den Elektroden wurden für das Verhältnis der Leitfähigkeiten von 1 zu 16 berechnet. Dann wurde die Dipollokalisierung bei den beiden Annahmen über die

Abbildung 28: Fehler der Dipollokalisierung auf dem 2mm-Modell für die an der X-Achse ausgerichteten Dipole.

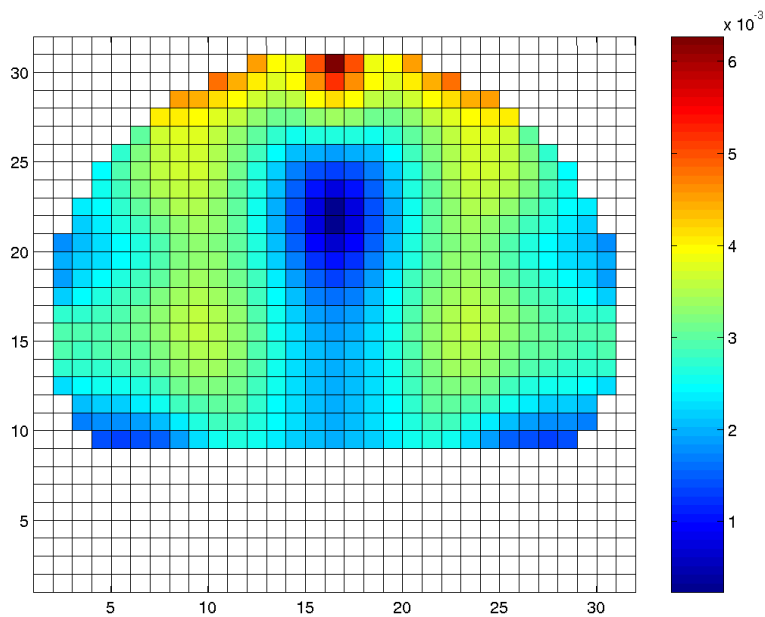


Abbildung 29: Fehler der Dipollokalisierung auf dem 2mm-Modell für die an der Y-Achse ausgerichteten Dipole.

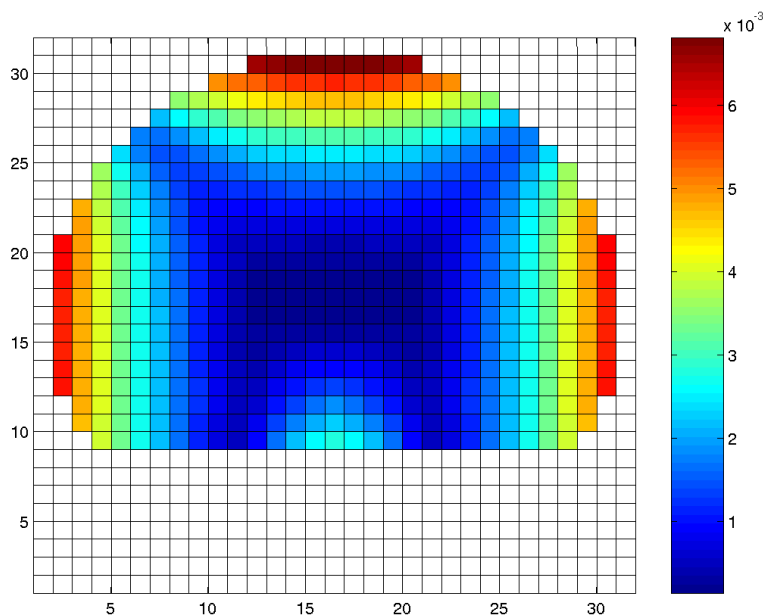


Abbildung 30: Fehler der Dipollokalisierung auf dem 2mm-Modell für die an der Z-Achse ausgerichteten Dipole.

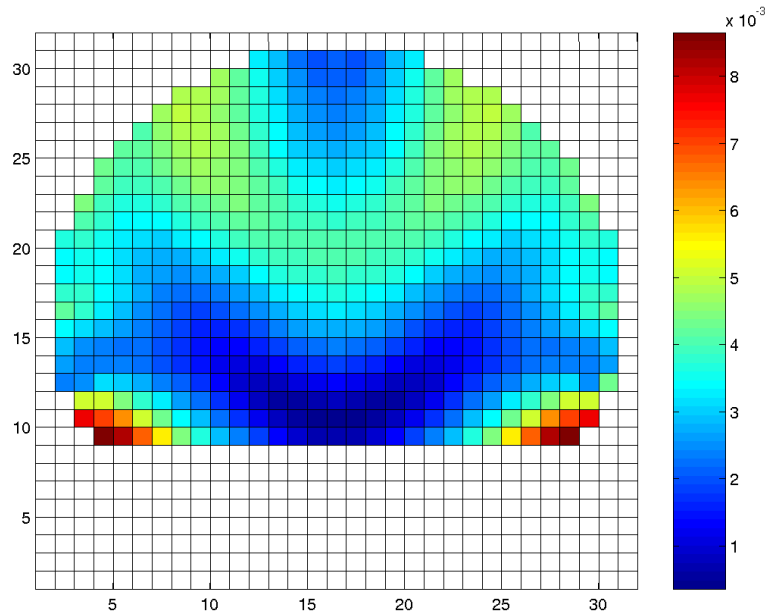


Tabelle 30: Dipollokalisierung auf dem 4mm-Modell bei der Genauigkeit von 10^{-1} bis 10^{-6} beim Lösen der Vorwärtsprobleme.

Genauigkeit	mittl. Lokalisierungsfehler, mm	max. Lokalisierungsfehler, mm
10^{-1}	6.839	18.145
10^{-2}	6.733	17.582
10^{-3}	6.742	17.614
10^{-4}	6.746	17.614
10^{-5}	6.744	17.617
10^{-6}	6.744	17.617

Abbildung 31: Fehler bei den Dipollokalisierung auf dem 4mm-Modell in Abhängigkeit von der Genauigkeit beim Lösen der Vorwärtsprobleme.

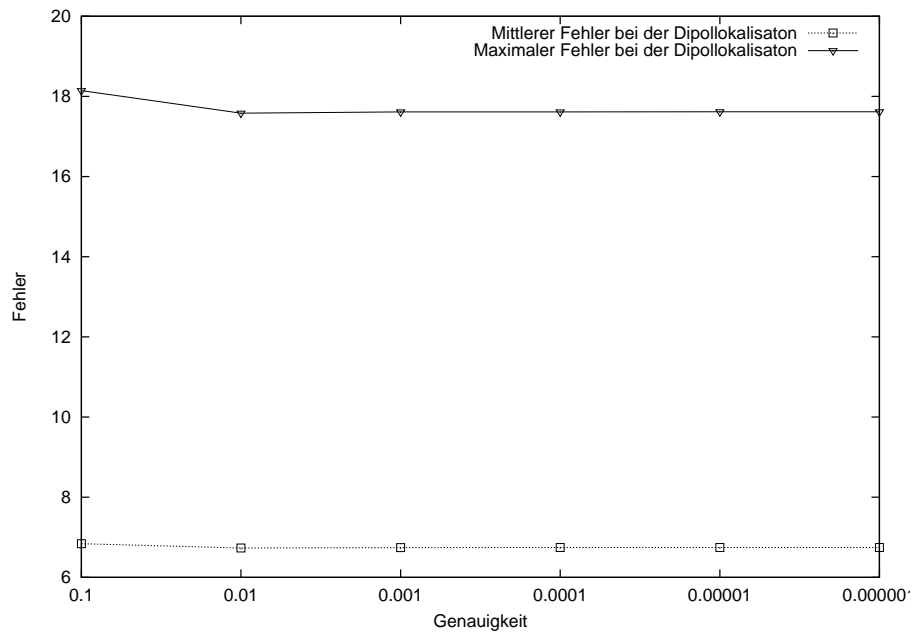


Tabelle 31: Dipollokalisierung auf dem 2mm-Modell bei der Genauigkeit von 10^{-1} bis 10^{-6} beim Lösen der Vorwärtsprobleme.

Genauigkeit	mittl. Lokalisierungsfehler, mm	max. Lokalisierungsfehler, mm
10^{-1}	3.196	12.147
10^{-2}	2.802	9.202
10^{-3}	2.750	8.718
10^{-4}	2.741	8.662
10^{-5}	2.741	8.654
10^{-6}	2.740	8.653

Tabelle 32: Dipollokalisierung auf dem 4mm-Modell.

Verhältnis der Leitfähigkeiten	mittlerer Lokalisierungsfehler, mm	maximaler Lokalisierungsfehler, mm
1:80	11.6	28.1
1:16	6.7	17.6

Abbildung 32: Fehler bei den Dipollokalisierung auf dem 2mm-Modell in Abhängigkeit von der Genauigkeit beim Lösen der Vorwärtsprobleme.

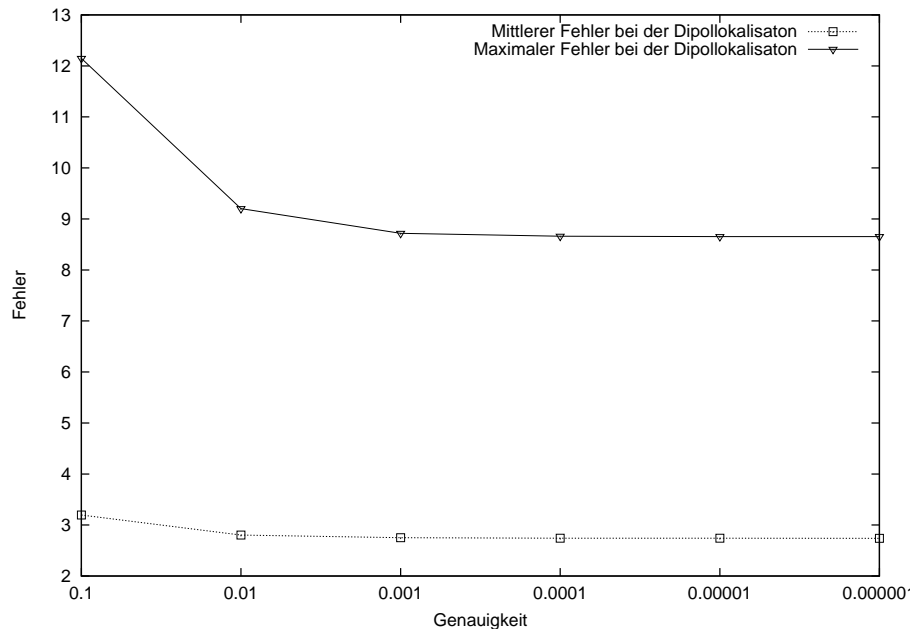


Tabelle 33: Dipollokalisierung auf dem 2mm-Modell.

Verhältnis der Leitfähigkeiten	mittlerer Lokalisierungsfehler, mm	maximaler Lokalisierungsfehler, mm
1:80	8.1	33.9
1:16	2.7	8.7

Leitfähigkeiten durchgeführt. Die Tabellen 32 und 33 beinhalten die Ergebnisse der Dipollokalisierung. Sowohl beim 2mm-Modell als auch beim 4mm-Modell sind der mittlere Lokalisierungsfehler und der maximale Lokalisierungsfehler bei der Dipolsuche beim Verhältnis der Leitfähigkeiten von 1 zu 80 erheblich größer als beim Verhältnis der Leitfähigkeiten von 1 zu 16. Deshalb ist die richtige Annahme über das Verhältnis der Leitfähigkeiten ganz entscheidend für die Resultate der Dipollokalisierung.

4 Zusammenfassung

In dieser Studienarbeit wurde basierend auf den vorhandenen Verfahren des Deviation Scans und der Dipollokalisierung zur Lösung der Rückwärtsprobleme Einfluß verschiedener Größen auf die Genauigkeit der Dipolsuche getestet worden. Die obengenannten Verfahren wurden sorgfältig studiert und für die Lösung vielfältiger Testprobleme angewendet. Die Ergebnisse wurden miteinander verglichen und daraus folgende Schlüsse gezogen:

- Der Einfluß verschiedener Auflösungen für das Ergebnis der Dipolsuche läßt sich wie folgt zusammenfassen: die Genauigkeit der Dipollokalisierung, die relative Residuuumenergie und in der Regel das Dipolmoment werden mit steigender Auflösung sowohl bei Anwendung des Deviation Scan als auch der Methode der Dipollokalisierung mit besserer Genauigkeit gefunden. Die angestrebte Genauigkeit von 1 mm bei der Suche nach der Dipolposition wird nur bei der Auflösung von 0,5 mm erreicht. Etwas schlechtere Genauigkeit wird bei der Auflösung von 1 mm erzielt.
- Für die Lösung eines Vorwärtsproblems wird 10^{-5} als eine völlig ausreichende Genauigkeit gesehen. Diese Schlußfolgerung gilt sowohl für das Kreisscheibenmodell als auch für das durch Magnetresonanzaufnahmen und Computer-Tomographie erstellte Modell.
- Der Einsatz bikubischer Interpolation statt bilinearer für die Aufstellung von Leadfield Matrix lohnt sich nicht. Die Unterschiede bei den Lösungen sind sehr gering und bikubische Interpolation liefert nicht die besseren Ergebnisse. Die Anzahl der notwendiger Funktionsaufrufe beim Nelder-Mead Algorithmus ist dann auch nicht geringer.
- Das Verhältnis der Leitfähigkeiten des Knochens und der Gehirnmasse hat einen entscheidenden Einfluß auf die Genauigkeit der Dipollokalisierung. Durch die Änderung des Verhältnisses entstehen große Unterschiede bei der Dipollokalisierung. Auch das Dipolmoment verändert sich stark in Abhängigkeit vom Verhältnis der Leitfähigkeiten des Knochens und der Gehirnmasse.
- Das Testen auf dem dreidimensionalen Kopfmodell mit 3 Compartments hat das Ergebnis in [1] über die Lokalisationsgenauigkeit im wesentlichen bestätigt.
- Auf dem dreidimensionalen Modell mit 4 Compartments ist der mittlere Lokalisierungsfehler bei der Dipolsuche kleiner als 2 Maschenweiten des entsprechenden Modells. Der maximale Fehler ist kleiner als 5 Maschenweiten des Modells.
- Die Genauigkeit von 10^{-4} bei Lösen der Vorwärtsprobleme für das dreidimensionale Modell mit 4 Compartments ist völlig ausreichend für die Anwendung.
- Auch in 3D ist die Annahme über das Verhältnis der Leitfähigkeiten des Knochens und der Gehirnmasse entscheidend für die Genauigkeit der Dipolsuche.

Literatur

- [1] B. Vanrumste, EEG dipole source analysis in a realistic head model, Doktorarbeit, Universität Gent, 2002.
- [2] M. Mohr, Comparison of Solvers for a Bioelectric Field Problem, Lehrstuhlbericht 01-02, Lehrstuhl für Informatik 10 (Systemsimulation), Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2001
- [3] H.-J. Hotop, Numerische Methoden, 1. Aufl., Augsburg:Wißner, 1993.
- [4] hypre Reference Manual, www.llnl.gov/casc/hypre.
- [5] S. Möhrs, Bioelectric Field Simulation and Visualization: Anisotropic Conductivities for the Skull and Brain White Matter, Master's Thesis, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, Lehrstuhl für Informatik 10 (Systemsimulation), 2003
- [6] M.Junghöfer, T.Elbert, D.M.Tucker, C.Braun. The polar average reference effect: a bias in estimating the head surface integral in EEG recording. Tübingen, 1999.
- [7] D. Gerlach, Dipollokalisierung bei Epilepsiepatienten, Studienarbeit, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, Lehrstuhl für Informatik 10 (Systemsimulation), 2002